

Κατάλογος, περιεχόμενο και βιβλιογραφία  
μεταπτυχιακών μαθημάτων της ειδίκευσης  
«Θεωρητικά Μαθηματικά»

**A. Μαθήματα κορμού**

Θ1 = E17	Ανάλυση I
Θ2 = E18	Ανάλυση II
Θ3	Άλγεβρα I
Θ4	Άλγεβρα II
Θ5 = E23	Διαφορική Γεωμετρία I
Θ6 = E24	Διαφορική Γεωμετρία II

**B. Μαθήματα Επιλογής**

Θ7 = E7	Συνήθεις Διαφορικές Εξισώσεις και Δυναμικά Συστήματα
Θ8 = E8	Μερικές Διαφορικές Εξισώσεις I
Θ9 = E19	Μιγαδική Ανάλυση Μιας Μεταβλητής
Θ10	Μιγαδικές Συναρτήσεις Πολλών Μεταβλητών
Θ11	Συνολοθεωρητική Τοπολογία
Θ12	Συναρτησιακή Ανάλυση I: Χώροι Banach
Θ13 = E20	Θεωρία Τελεστών
Θ14	Άλγεβρες Banach
Θ15	Εργοδική Θεωρία
Θ16	Μαθηματική Λογική
Θ17	Θεωρία Συνόλων
Θ18 = E21	Θεωρία Γραφημάτων
Θ19 = E22	Αρμονική Ανάλυση
Θ20	Άλγεβρική Τοπολογία
Θ21	Άλγεβρική Γεωμετρία
Θ22	Θεωρία Κυρτών Σωμάτων
Θ23	Ομολογική Άλγεβρα I
Θ24	Ομολογική Άλγεβρα II
Θ25 = E25	Ψευδοδιαφορικός Λογισμός
Θ26	Θεωρία Ομάδων I
Θ27	Θεωρία Ομάδων II
Θ28	Θεωρία Αναδρομής
Θ29	Συνδυαστική Θεωρία
Θ30	Συμπλεκτική Γεωμετρία
Θ31	Άλγεβρική Θεωρία Αριθμών
Θ32 = E10	Μερικές Διαφορικές Εξισώσεις II
Θ33	Παραμετρική Πολυπλοκότητα
Θχψ.α	Ειδικά Θέματα

## Θ1 = E17 Ανάλυση I

- Χώροι μέτρου (Λήμμα Borel-Cantelli, μη ατομικά μέτρα, πλήρεις χώροι μέτρου, μετρήσιμες συναρτήσεις).
- Εξωτερικά μέτρα (η έννοια του εξωτερικού μέτρου, το εξωτερικό μέτρο Lebesgue στον  $\mathbb{R}^n$ , κατασκευή μέτρου Lebesgue στον  $\mathbb{R}^n$ , σύγκριση των ολοκληρωμάτων Riemann και Lebesgue).
- Ολοκλήρωμα (ολοκλήρωση συνάρτησης, θεώρημα μονότονης σύγκλισης του Lebesgue, θεώρημα Beppo Levi και λήμμα Fatou, θεώρημα κυριαρχημένης σύγκλισης του Lebesgue).
- Τρόποι σύγκλισης ακολουθιών μετρήσιμων συναρτήσεων (βασικές έννοιες και προτάσεις, θεωρήματα Egoroff και Riesz).
- Μέτρα γινόμενο - θεώρημα Fubini (ορισμός του μέτρου γινόμενο και ολοκλήρωση ως προς αυτό). Συνέλιξη. Εισαγωγή στον μετασχηματισμό Fourier.
- Οι χώροι  $L_p$  (κυρτές συναρτήσεις και ανισότητα Jensen, ανισότητες Minkowski και Hölder, ορισμός και βασικές ιδιότητες των χώρων  $L_p(\mu)$ ,  $1 \leq p \leq \infty$ , οι χώροι  $L_p([a, b])$  και προσέγγιση με συνεχείς συναρτήσεις, τα βασικά θεωρήματα παρεμβολής (Marcinkiewicz και Riesz-Thorin)).
- Θεώρημα Radon–Nikodym και εφαρμογές. Απολύτως συνεχείς συναρτήσεις. Θεώρημα παραγώγισης του Lebesgue.
- Θεώρημα αναπαράστασης του Riesz.

### Βιβλιογραφία

- Γ. Κουμουλλής, Σ. Νεγρεπόντης, *Θεωρία Μέτρου*, Εκδ. Συμμετρία, 2005.
- D. L. Cohn, *Measure Theory* (2nd edition), Birkhäuser, 2013.
- G. B. Folland, *Real Analysis: Modern Techniques and their Applications* (2nd edition), Wiley, 1999.
- E. M. Stein, R. Shakarchi, *Real Analysis: Measure Theory, Integration, and Hilbert Spaces*, Princeton University Press, 2005.

## Θ2 = E18 Ανάλυση II

- Χώροι με νόρμα (βασικές ιδιότητες, γραμμικοί τελεστές, παραδείγματα χώρων με νόρμα, οι χώροι  $c_0$ ,  $\ell_p$ ,  $1 \leq p \leq \infty$ , θεώρημα Hahn–Banach, εφαρμογές του θεωρήματος Hahn–Banach, θεώρημα ανοικτής απεικόνισης, θεώρημα κλειστού γραφήματος, αρχή ομοιόμορφου φράγματος, θεώρημα Banach–Steinhaus, χώροι πηλίκων, προβολές).
- Τοπολογικοί διανυσματικοί χώροι (βασικές έννοιες, γραμμικοί τελεστές, το συναρτησοειδές του Minkowski, το διαχωριστικό θεώρημα Hahn–Banach, τοπικά κυρτοί χώροι: παραδείγματα).
- Ασθενείς τοπολογίες σε χώρους με νόρμα.
- Συμπάγεια και αυτοπάθεια σε χώρους Banach (θεώρημα Alaoglu-Banach, θεώρημα Goldstine, συζυγείς τελεστές).
- Κυρτότητα (θεώρημα Mazur, θεώρημα Krein-Milman, εφαρμογές).
- Ο δυϊκός του  $C(K)$  (θεώρημα αναπαράστασης του Riesz).
- Ειδικά θέματα.

### Βιβλιογραφία

- J. Conway, *A Course in Functional Analysis*, Springer, 1997.
- Σ. Μερκουράκης, *Μεταπτυχιακή Ανάλυση II*
- <http://eclass.uoa.gr/modules/document/?course=MATH362>
- Σ. Νεγρεπόντης, Θ. Ζαχαριάδης, Ν. Καλαμίδας, Β. Φαρμάκη, *Γενική Τοπολογία και Συναρτησιακή Ανάλυση*, Εκδόσεις Συμμετρία, 1997, Αθήνα.
- W. Rudin, *Functional Analysis* (2nd edition), McGraw-Hill, 1991.

### Πρόσθετη Βιβλιογραφία

- H. Brezis, *Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations*, Springer, 2010.

- M. Fabian, P. Habala, P. Hajek, J. Pelant, V. Montesinos, V. Zizler, *Functional Analysis and Infinite Dimensional Geometry*, Springer, 2001.
- M. Fabian, P. Habala, P. Hajek, V. Montesinos, V. Zizler, *Banach Space Theory: The basis for Linear and Nonlinear Analysis*, Springer, 2011.
- P. Lax, *Functional Analysis*, Wiley, 2002.
- E. M. Stein, R. Shakarchi, *Functional Analysis: Introduction to Further Topics in Analysis*, Princeton University Press, 2011.

### Θ3 Άλγεβρα I

- Δράσεις ομάδων επί συνόλων, Θεωρήματα Sylow και εφαρμογές.
- Θεώρημα δομής πεπερασμένα παραγόμενων αβελιανών ομάδων.
- Κανονικές σειρές, επιλύσιμες ομάδες.
- Κεντρικές σειρές. Μηδενοδύναμες ομάδες.
- Ελεύθερες ομάδες, ελεύθερα γινόμενα, παραστάσεις ομάδων.

#### Βιβλιογραφία

- D. J. S. Robinson, *A course in the theory of groups*, Springer, 1996.
- J. J. Rotman, *An introduction to the theory of groups*, Springer, 1995.

### Θ4 Άλγεβρα II

- Ημιαπλοί δακτύλιοι, ημιαπλά πρότυπα, Θεώρημα Wedderburn, Θεώρημα Maschke.
- Απλοί δακτύλιοι του Artin, Θεώρημα Wedderburn-Artin, ριζικό του Jacobson.
- Θεώρημα Skolem-Noether και εφαρμογές.
- Αναπαραστάσεις πεπερασμένων ομάδων (χαρακτήρες, σχέσεις ορθογωνιότητας, κανονικές υποομάδες και πίνακες χαρακτήρων, το  $(p,q)$  θεώρημα του Burnside).

#### Βιβλιογραφία

- M. Isaacs, *Algebra, A Graduate Course*, A.M.S., 2009.
- J. P. Serre, *Linear Representations of Finite Groups*, Springer, 1977.
- T. W. Hungerford, *Algebra*, Springer, 1974.

### Θ5 = E23 Διαφορική Γεωμετρία I

- Διαφορικές πολλαπλότητες και υποπολλαπλότητες.
- Εμφυτεύσεις και εμβαπτίσεις.
- Διαμερίσεις της μονάδας.
- Διανυσματικά πεδία σε πολλαπλότητες.
- Κατανομές και το θεώρημα Frobenius.
- Ομάδες Lie και άλγεβρες Lie.
- Διαφορικές μορφές.

#### Βιβλιογραφία

- W. M. Boothby, *An Introduction to Differentiable Manifolds and Riemannian Geometry*, Academic Press, 1975.
- M. Spivak, *A Comprehensive Introduction to Differential Geometry*, Publish or Perish, Boston, 1970.
- F. Warner, *Differentiable Manifolds and Lie Groups*, Springer 1980.

## Θ6 = Ε24 Διαφορική Γεωμετρία II

- Μετρικές Riemann.
- Συνοχές-Παράλληλη μετατόπιση.
- Γεωδαισιακές.
- Καμπυλότητα-Χώροι σταθερής καμπυλότητας.
- Πεδία Jacobi και συζυγή σημεία. Θεωρήματα πληρότητας.
- Ισομετρίες.
- Πρώτη και δεύτερη μεταβολή του μήκους τόξου.

### Βιβλιογραφία

- M. P. do Carmo, *Riemannian Geometry*, Birkhäuser, 1992.
- B. O' Neil, *Semi-Riemannian Geometry*, Academic Press, 1983.

## Θ7 = Ε7 Συνήθεις Διαφορικές Εξισώσεις και Δυναμικά Συστήματα

- Μη γραμμικά Προβλήματα Αρχικών Τιμών για συνήθεις διαφορικές εξισώσεις (θεωρήματα ύπαρξης μοναδικότητας, επεκτασιμότητας, συνεχούς εξάρτησης από αρχικά δεδομένα και από παραμέτρους). Θεωρήματα σταθερού σημείου Banach και Schauder. Θεώρημα Arzelà-Ascoli.
- Ποιοτική θεωρία στο επίπεδο: αυτόνομα συστήματα, σημεία ισορροπίας, ευστάθεια, γραμμικά συστήματα, γραμμικοποίηση, θεώρημα Hartman-Grobman, κανονικά σημεία, θεώρημα κιβωτίου ροής.
- Συναρτήσεις Lyapunov, ευστάθεια, αστάθεια, η Αρχή του LaSalle, συμπεριφορά συστημάτων με μηδενική ιδιοτιμή / με γνήσια φανταστικές ιδιοτιμές. Συστήματα διατήρησης και κλίσης.
- Πρώτα ολοκληρώματα.
- Οριακοί κύκλοι (περιοδικές τροχιές), Θεώρημα Poincaré, Κριτήριο Dulac, Θεώρημα Poincaré-Bendixson, Θεώρημα Levinson-Smith.
- Στοιχεία θεωρίας διακλαδώσεων.

### Βιβλιογραφία

- Ν. Αλικάκος, Γ. Καλογερόπουλος, *Συνήθεις Διαφορικές Εξισώσεις*, Σύγχρονη Εκδοτική, 2003.
- V. I. Arnold, *Ordinary Differential Equations*, M.I.T. Press, 1973.
- G. Birkhoff, G.-C. Rota, *Ordinary Differential Equations*, 4th ed., Wiley, 1989.
- J. Hale, *Ordinary Differential Equations*, 2nd ed., Krieger, 1980.
- J. Hale, H. Koçak, *Dynamics and Bifurcations*, Springer, 1991.
- M. W. Hirsch, S. Smale, R. L. Devaney, *Differential Equations, Dynamical Systems and an Introduction to Chaos*, 2nd ed., Elsevier, 2004.
- Ι. Γ. Στρατής, *Μία Εισαγωγή στην Ποιοτική Θεωρία των Συνήθων Διαφορικών Εξισώσεων*, Σημειώσεις, 1992.

## Θ8 = Ε8 Μερικές Διαφορικές Εξισώσεις I

- Εξίσωση του Laplace, Θεμελιώδης Λύση, Θεώρημα Μέσης Τιμής, Χαρακτηρισμός Αρμονικότητας, Αρχή του Μεγίστου για αρμονικές συναρτήσεις, Αρχή του Μεγίστου για τη Λαπλασιανή + όροι 1ης τάξης, Θεώρημα Hopf (συνοριακό λήμμα), Ανισότητα Harnack για αρμονικές συναρτήσεις, Συνάρτηση Green για την Λαπλασιανή, Παραδείγματα (τύπος Poisson στο ημιεπίπεδο),  $\delta$ -προσεγγίσεις, Συνελίξεις, Θεώρημα Προσέγγισης στον  $L_p$ , Αρχή Dirichlet.
- Εξίσωση Διάχυσης, Θεμελιώδης Λύση, Πρόβλημα Cauchy στον  $\mathbb{R}^n$ , Αρχή του Μεγίστου για την εξίσωση  $u_t = \Delta u$  + όροι χαμηλότερης τάξης, Συνοριακό Λήμμα (Nirenberg).

- Η  $n$ -διάστατη ( $n \geq 1$ ) εξίσωση μεταφοράς, πρόβλημα αρχικών και πρόβλημα αρχικών-συνοριακών τιμών.
- Η μονοδιάστατη ομογενής κυματική εξίσωση, χαρακτηριστικές, πρόβλημα αρχικών τιμών, η λύση d' Alembert, πεδίο εξάρτησης, πεδίο επιρροής, ενέργεια, μοναδικότητα, πεπερασμένη ταχύτητα διάδοσης, η μη ομογενής εξίσωση, η Αρχή του Duhamel, προβλήματα αρχικών-συνοριακών τιμών, ανακλάσεις κυμάτων, επίλυση με χωρισμό μεταβλητών, με μετασχηματισμό Fourier και με μετασχηματισμό Laplace.
- Η  $n$ -διάστατη ( $n \geq 1$ ) ομογενής κυματική εξίσωση, σφαιρικοί μέσοι, λύση σε περιττές και σε άρτιες διαστάσεις, η Αρχή του Huygens, η μη ομογενής εξίσωση, η Αρχή του Duhamel, χρονική εξασθένηση των λύσεων.

### Βιβλιογραφία

- L. C. Evans, *Partial Differential Equations*, 2nd ed., A.M.S., 2010.
- G. Folland, *Introduction to Partial Differential Equations*, Princeton University Press, 1995.
- D. Gilbarg, N. S. Trudinger, *Elliptic Partial Differential Equations of Second Order*, Springer, 1998.
- F. John, *Partial Differential Equations*, 4th ed., Springer, 1982.
- J. Jost, *Partial Differential Equations*, Springer, 2002.
- M. H. Protter, H. F. Weinberger, *Maximum Principles in Differential Equations*, Springer, 1984.
- W. A. Strauss, *Partial Differential Equations*, 2nd ed., John Wiley & Sons, 2008.

### Θ9 = E19 Μιγαδική Ανάλυση μίας Μεταβλητής

- Αρχή ορίσματος, θεωρήματα Rouché και Weierstrass, θεώρημα Hurwitz και εφαρμογές, ανοικτή απεικόνιση, τοπική δομή, αρχή μεγίστου και εφαρμογές στην άλγεβρα του δίσκου, λήμμα Schwarz, επεκτάσεις θεωρήματος Morera.
- Σφαιρικό θεώρημα Cauchy. Γενικευμένο ανάπτυγμα Laurent.
- Αρμονικές συναρτήσεις, πυρήνες Poisson.
- Αρχή ανάκλασης, θεώρημα Mittag-Leffler, απειρογινόμενα, θεώρημα διπλής σειράς του Vitali, τύπος και ανισότητα Jensen.
- Θεώρημα Montel, θεώρημα σύμμορφης απεικόνισης του Riemann, τόποι πεπερασμένης συνεκτικότητας.
- Θεώρημα Runge και γενίκευση θεωρημάτων Mittag-Leffler και Weierstrass.

### Βιβλιογραφία

- L. Ahlfors, *Complex Analysis* (3rd edition), McGraw-Hill, 1979.
- W. Rudin, *Real and Complex Analysis* (3rd edition), McGraw-Hill, 1987.
- Σ. Νεγρεπόντης, *Θεωρία Μιγαδικών Συναρτήσεων μιας Μεταβλητής*, Εκδ. Συμμετρία, 1993.
- E. M. Stein, R. Shakarchi, *Complex Analysis*, Princeton University Press, 2003.
- Σ. Μερκουράκης, Τ. Χατζηαφράτης, *Εισαγωγή στη Μιγαδική Ανάλυση*, Συμμετρία, 2005.

### Θ10 Μιγαδικές Συναρτήσεις Πολλών Μεταβλητών

- $\bar{\partial}$ -εξίσωση και  $\bar{\partial}$ -συνολογία.
- Ολοκληρώματα τύπου Cauchy.
- Περιοχές ολομορφίας και ψευδοκυρτότητα.
- Πρόβλημα του Levi.
- Προβλήματα του Cousin.
- Η θεωρία των Oka-Cartan.

### Βιβλιογραφία

- L. Hörmander, *An Introduction to Complex Analysis in Several Variables* (3rd edition), North-Holland, 1990.
- M. Range, *Holomorphic Functions and Integral Representations in Several Complex Variables*, Springer, 1986.

- G. Henkin, J. Leiterer, *Theory of Functions on Complex Manifolds*, Birkhäuser, 1983.
- R. C. Gunning, *Introduction to holomorphic functions in several variables*, Volume I: *Function Theory*, Wadsworth & Brooks/Cole, 1990.
- S. G. Krantz, *Function theory of several complex variables* (2nd edition), AMS Chelsea Publishing, 2001.
- W. Rudin, *Function Theory in the Unit Ball of  $\mathbb{C}^n$* , Springer, 1980.

### Θ11 Συνολοθεωρητική Τοπολογία

- Τοπολογία, ανοικτά – κλειστά σύνολα, βάσεις, υποβάσεις, εναλλακτικές περιγραφές τοπολογίας.
- Σύγκλιση – συνέχεια.
- Διαχωριστικά αξιώματα.
- Συνθήκες αριθμησιμότητας σε τοπολογικούς χώρους.
- Μετρικοποιησιμότητα.
- Συμπαγείς – συνεκτικοί χώροι.
- Θεώρημα Tychonoff.
- Συμπαγοποιήσεις, υπερφίλτρα.
- Ειδικά θέματα.

#### Βιβλιογραφία

- Σ. Νεγρεπόντης, Θ. Ζαχαριάδης, Ν. Καλαμίδας, Β. Φαρμάκη, *Γενική Τοπολογία και Συναρτησιακή Ανάλυση*, Εκδόσεις Συμμετρία, 1997, Αθήνα.
- J. Dugundji, *Topology*, Allyn and Bacon, 1978.
- R. Engelking, *Outline of General Topology*, North-Holland, 1968.
- J. Kelley, *General Topology*, Van Nostrand, 1955, Springer, 1975.
- K. Kuratowski, *Topologie*, Volume I, Academic Press, 1966.
- J. R. Munkres, *Topology: a first course*, Prentice-Hall, 1975.
- J. G. Hocking, G. S. Young, *Topology* (2nd edition), Dover Publications, 1988.

### Θ12 Συναρτησιακή Ανάλυση I: Χώροι Banach

- Βάσεις και βασικές ακολουθίες (βάσεις Schauder, παραδείγματα (σειρές Fourier), ισοδυναμία βάσεων και βασικών ακολουθιών, κατασκευή βασικών ακολουθιών, το θεώρημα Eberlein-Smulian).
- Ειδικόι τύποι βάσεων (unconditional βάσεις, boundedly-complete και συρρικνούμενες (shrinking) βάσεις, μη αυτοπαθείς χώροι με unconditional βάσεις, ο χώρος  $\mathcal{J}$  του James, η ιδιότητα προσέγγισης (approximation property)).
- Κλασσικοί χώροι ακολουθιών (ισομορφική δομή των χώρων  $\ell_p$  και  $c_0$ , υπόχωροι των  $\ell_p$  και  $c_0$  που επιδέχονται συμπληρωματικό (complemented) υπόχωρο, ο χώρος  $\ell_1$ , συμπληρωματικότητα του  $c_0$ ).
- Χώροι συναρτήσεων (χώροι συνεχών συναρτήσεων σε υπεραριθμήσιμους συμπαγείς μετρικούς χώρους, χώροι συνεχών συναρτήσεων σε αριθμήσιμους συμπαγείς μετρικούς χώρους, χώροι  $L_1(\mu)$ , ασθενώς συμπαγή υποσύνολα του  $L_1(\mu)$ , η ιδιότητα Dunford– Pettis, ασθενώς συμπαγείς τελεστές σε χώρους  $C(K)$ , υπόχωροι χώρων  $L_1(\mu)$  και  $C(K)$ ).
- Οι χώροι  $L_p$  για  $1 \leq p < \infty$  (δεσμευμένες μέσες τιμές και η βάση Haar, μέσοι όροι σε χώρους Banach, οι έννοιες type και cotype, το θεώρημα Kahane-Khintchine, ιδιότητες του  $L_1$ , υπόχωροι των  $L_p$ ).
- Ομοιόμορφη κυρτότητα σε γενικούς χώρους Banach (ορισμοί δεικτών (moduli) κυρτότητας και ομαλότητας, δυϊσμός, ασυμπτωτική συμπεριφορά των δεικτών, οι δείκτες του  $L_2(X)$ , σύγκλιση σειρών σε ομοιόμορφα κυρτούς και ομοιόμορφα ομαλούς χώρους).

#### Βιβλιογραφία

- F. Albiac, N. Kalton, *Topics in Banach Space Theory*, Springer, 2006.
- J. Lindenstrauss, L. Tzafriri, *Classical Banach Spaces I and II*, Springer, 1977 και 1979.

- D. J. H. Garling, *Inequalities: A Journey into Linear Analysis*, Cambridge University Press, 2007.
- M. Fabian, P. Habala, P. Hajek, J. Pelant, V. Montesinos, V. Zizler, *Functional Analysis and Infinite Dimensional Geometry*, Springer, 2001.
- M. Fabian, P. Habala, P. Hajek, V. Montesinos, V. Zizler, *Banach Space Theory: The basis for Linear and Nonlinear Analysis*, Springer, 2011.

### Θ13 = Ε20 Θεωρία Τελεστών

- Χώροι με νόρμα, χώροι Hilbert, παραδείγματα.
- Ειδικές κατηγορίες τελεστών σε έναν χώρο Hilbert.
- Αναλλοίωτοι υπόχωροι.
- Το φάσμα.
- Συνεχείς συναρτήσεις ενός αυτοσυζυγούς τελεστή.
- Το φασματικό θεώρημα.
- Τοπολογίες στον  $B(H)$ .
- Επιλογή από: εισαγωγή στις άλγεβρες τελεστών, αβελιανές άλγεβρες von Neumann, θεωρία διαστολής.

#### Βιβλιογραφία

- R. Beals, *Topics in Operator Theory*, The University of Chicago Press, Chicago, 1971.
- J. Conway, *A Course in Functional Analysis*, Springer, 1997.
- K. Davidson, *C\*-Algebras by Example*, Fields Institute Monographs, Amer. Math. Soc., Providence, R.I., 1996.
- R. Douglas, *Banach Algebra Techniques in Operator Theory* (2nd edition), Springer, 1998.
- J. A. Erdos, *C\*-Algebras*, στο: *Άλγεβρες Τελεστών και Κβαντική Μηχανική*, επιμέλεια Μ. Ανούσης, Σπ. Κωτσάκης, Ν. Χατζησάββας, Εκδόσεις Ζήτη, 1997.
- R. Kadison, J. Ringrose, *Fundamentals of the Theory of Operator Algebras* (2 Vols), American Mathematical Society, 1997.
- Α. Κατάβολος, *Σημειώσεις Θεωρίας Τελεστών*, Αθήνα 1993, 2η έκδοση 2000.
- Α. Κατάβολος, *Θεωρία Τελεστών (Μεταπτυχιακές Σημειώσεις)*, Αθήνα 2016.  
<http://opencourses.uoa.gr/courses/MATH123>
- Α. Κατάβολος, *Άλγεβρες von Neumann και Μη Φραγμένοι Τελεστές*, στο: *Άλγεβρες Τελεστών και Κβαντική Μηχανική*, επιμέλεια Μ. Ανούσης, Σπ. Κωτσάκης, Ν. Χατζησάββας, Εκδόσεις Ζήτη, 1997.
- G. Murphy, *C\*-Algebras and Operator Theory*, Academic Press, 1990.
- V. S. Sunder, *Functional analysis. Spectral theory*, Birkhäuser, 1997.
- M. Takesaki, *Theory of Operator Algebras I*, Springer-Verlag, 2002.
- H. Radjavi, P. Rosenthal, *Invariant Subspaces* (2nd edition), Dover Publications, 2003.
- W. Rudin, *Functional Analysis* (2nd edition), McGraw-Hill, 1991.

### Θ14 Άλγεβρες Banach

- Άλγεβρες με νόρμα και άλγεβρες Banach: ορισμοί, παραδείγματα, βασικές ιδιότητες. Κατασκευές αλγεβρών Banach από δοθείσες άλγεβρες Banach. Η ομάδα των αντιστρέψιμων στοιχείων.
- Φάσμα στοιχείου: ορισμοί, παραδείγματα. Φασματική ακτίνα. Άλγεβρικές και τοπολογικές ιδιότητες. Θεώρημα Mazur–Gelfand.
- Φάσμα μιας μεταθετικής άλγεβρας Banach: χαρακτήρες, μεγιστικά ιδεώδη. Χώρος μεγιστικών ιδεωδών ή (ολικό) φάσμα, τοπολογία Gelfand. Απεικόνιση Gelfand, τοπολογικές ιδιότητες (ολικού) φάσματος. Υπολογισμός φασμάτων συγκεκριμένων αλγεβρών Banach. Θεωρήματα αναπαράστασης Gelfand.

- Άλγεβρες με ενέλιξη: \*-Άλγεβρες Banach,  $C^*$ -άλγεβρες, παραδείγματα, βασικές ιδιότητες. Θεώρημα αναπαράστασης Gelfand-Naimark για μεταθετικές  $C^*$ -άλγεβρες.
- Εφαρμογές: Θεώρημα Wiener, συμπαγοποίηση Stone–Cech, Θεώρημα Singer-Wermer, μοναδικότητα της (πλήρους) νόρμας σε ημιαπλές άλγεβρες Banach.

### Βιβλιογραφία

- W. Arveson, *An Invitation to  $C^*$ -Algebras*, Springer-Verlag, 1976.
- S. Berberian, *Lectures in Functional Analysis and Operator Theory*, Springer, 1974.
- F. F. Bonsall, J. Duncan, *Complete Normed Algebras*, Springer-Verlag, 1973.
- H. G. Dales, *Banach Algebras and Automatic Continuity*, Clarendon Press, 2000.
- R. Doran, V. Belfi, *Characterizations of  $C^*$ -algebras. The Gelfand-Naimark Theorems*, Marcel Dekker, 1986.
- A. Ya. Helemskii, *Banach and Locally Convex Algebras*, Clarendon Press, 1993.
- R. Kadison, J. Ringrose, *Fundamentals of the Theory of Operator Algebras*, Vol. I, *Elementary Theory*, American Mathematical Society, 1997.
- R. Larsen, *Banach Algebras. An Introduction*, Marcel Dekker, 1973.
- G. Murphy,  *$C^*$ -Algebras and Operator Theory*, Academic Press, 1990.
- M. A. Naimark, *Normed algebras*, Wolters-Noordhoff Publ., 1972.
- T. W. Palmer, Spectral Algebras, *Rocky Mountain J. Math.* **22** (1992), 293–328.
- T. W. Palmer, *Banach Algebras and the General Theory of \*-Algebras*, Vol. I and II (Vol. I: *Algebras and Banach Algebras*, Vol. II: *\*-Algebras*), Encyclopedia Math. Appl. 49 and 79, Cambridge University Press, 1994 and 2001.
- W. Zelazko, *Banach Algebras*, Elsevier, 1973.

### Θ15 Εργοδική Θεωρία

- Συστήματα που διατηρούν ένα μέτρο (μετρήσιμα δυναμικά συστήματα): ορισμοί, παραδείγματα, το θεώρημα επαναφοράς του Poincaré.
- Βασικές κατασκευές στην εργοδική θεωρία: παράγοντες (factors), γινόμενα, λοξά γινόμενα (skew products), ροή κάτω από μία συνάρτηση (suspension flow), επαγόμενοι μετασχηματισμοί (induced transformations), φυσιολογική επέκταση (natural extension).
- Εργοδικότητα: ορισμός, παραδείγματα, το εργοδικό θεώρημα von Neumann, το θεώρημα Birkhoff, εφαρμογές (ισοκατανομή ακολουθιών, κανονικοί αριθμοί, συνεχή κλάσματα, ισχυρός νόμος μεγάλων αριθμών για στάσιμες στοχαστικές ανελίξεις): mixing (weak mixing και strong mixing, παραδείγματα).
- Ο τελεστής Koopman, συνεχές φάσμα – διακριτό φάσμα, το θεώρημα Halmos–von Neumann για διακριτό φάσμα, ισομορφία.
- Στοιχεία από την θεωρία τοπολογικών δυναμικών συστημάτων (ορισμοί, παραδείγματα, minimality, transitivity, topological mixing).
- Ο χώρος των αναλλοίωτων μέτρων ενός τοπολογικού δυναμικού συστήματος: μοναδικά εργοδικά συστήματα, εργοδική ανάλυση αναλλοίωτων μέτρων.
- Εντροπία.
- Σύνδεση με συνδυαστική και θεωρία Ramsey, πολλαπλή επαναφορά, η αντιστοιχία Furstenberg (Furstenberg correspondence principle).

### Βιβλιογραφία

- M. Einsiedler, T. Ward, *Ergodic Theory (with a view towards Number Theory)*, Springer-Verlag, 2011.
- P. Walters, *An Introduction to Ergodic Theory*, Springer-Verlag, 1982.
- K. Petersen, *Ergodic Theory*, Cambridge University Press, 1983.



## Θ16 Μαθηματική Λογική

- Σύντομη ανασκόπηση Προτασιακής Λογικής.
- Πρωτοτάξια Λογική. Αλήθεια και μοντέλα. Τυπικές αποδείξεις (συναγωγές). Θεώρημα αξιοπιστίας και πληρότητας.
- Ερμηνείες (στοιχειώδης θεωρία μοντέλων).
- Μη συμβατική ανάλυση.
- Μη διαγνωσιμότητα και μη πληρότητα. Αναδρομικές συναρτήσεις. Αριθμητικοποίηση σύνταξης. Θεωρία αριθμών. Πρώτο και δεύτερο θεώρημα μη πληρότητας.

### Βιβλιογραφία

- H. B. Enderton, *Μία Μαθηματική Εισαγωγή στη Λογική*, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, 2013.

## Θ17 Θεωρία Συνόλων

- Διαισθητική συνολοθεωρία: η έννοια του συνόλου κατά Cantor, ισοπληθικότητα, αριθμήσιμα και υπεραριθμήσιμα σύνολα, πρώτη και δεύτερη διαγώνια μέθοδος του Cantor, το σύνολο Cantor και ο πληθάριθμός του. Η σχέση  $A <_c \mathcal{P}(A)$ . Πληθικός αριθμός των συνόλων  $\mathbb{R}$  και  $\mathcal{P}(\mathbb{N})$ . Θεώρημα Schröder–Bernstein. Η υπόθεση του συνεχούς (CH).
- Κριτική στην διαισθητική συνολοθεωρία και το παράδοξο του Russel. Αξιωματική προσέγγιση, τα έξι πρώτα αξιώματα του Zermelo· διατεταγμένα ζεύγη, σχέσεις, συναρτήσεις, καρτεσιανά γινόμενα.
- Τα αξιώματα του Peano για τους φυσικούς αριθμούς, θεωρήματα ύπαρξης και μοναδικότητας φυσικών αριθμών και θεώρημα αναδρομής. Αρχή του περιστερώνα.
- Μερικά διατεταγμένοι χώροι, μερικές συναρτήσεις, επαγωγικοί χώροι, συνεχές θεώρημα ελαχίστου σταθερού σημείου και εφαρμογές.
- Καλά διατεταγμένοι χώροι, υπερπεπερασμένη επαγωγή, υπερπεπερασμένη αναδρομή.
- Αξίωμα επιλογής (AC) και ισοδύναμες μορφές του. Αριθμητική των πληθαρίων.
- Αντικατάσταση και άλλα αξιώματα, η αξιωματική θεωρία Zermelo–Fraenkel + AC (ZFC), αποτελέσματα συνέπειας και ανεξαρτησίας.
- Ορισμός των διατακτικών αριθμών, αναδρομή στην κλάση των διατακτικών αριθμών, διατακτική πρόσθεση και διατακτικός πολλαπλασιασμός, ορισμός των πληθαρίων.

### Βιβλιογραφία

- Γ. Μοσχοβάκης, *Σημειώσεις στη Συνολοθεωρία*. <http://www.math.ucla.edu/~gym/lectures/g.pdf>

## Θ18 = E21 Θεωρία Γραφημάτων

- Ισομορφισμοί, αυτομορφισμοί, ομάδες αυτομορφισμών.
- Μετασχηματισμοί και σχέσεις σε γραφήματα.
- Βαθμοί, πυκνότητα, ελαχιστομέγιστο θεώρημα εκφυλισμού.
- Μονοπάτια, κύκλοι, διάμετρος, ακτίνα, κέντρο, απόκεντρο, περιφέρεια, περίμετρος.
- Συνεκτικότητα, δισυνεκτικά γραφήματα, το θεώρημα του Menger, το θεώρημα του Tutte για την 3-συνεκτικότητα.
- Δάση και δέντρα, δεντροπαράγοντες.
- Επίπεδα γραφήματα, τοπολογικός ισομορφισμός, δικά γραφήματα, πυκνότητα και επιπεδότητα, το θεώρημα του Kuratowski.

- Χρωματισμοί γραφημάτων, χρωματικότητα και εκφυλισμός, το θεώρημα του Heawood, το θεώρημα του Erdős για την περιφέρεια και τον χρωματικό αριθμό.
- Η εικασία του Hadwiger.
- Κλίκες, ανεξάρτητα σύνολα, αριθμοί Ramsey.
- Καλύμματα, ταιριάσματα, τέλεια γραφήματα. Το θεώρημα του Lovász για τα τέλεια γραφήματα, το θεώρημα του Dilworth.
- Μονοπάτια Euler και Hamilton.
- Η πιθανοτική τεχνική, τυχαία γραφήματα.
- Ακραία γραφοθεωρία, τοπολογική θεωρία γραφημάτων.
- Η θεωρία των ελασσόνων γραφημάτων.

### Βιβλιογραφία

- R. Diestel, *Graph Theory*, 4th edition, Springer, 2012.
- J. A. Bondy, U. S. R. Murty, *Graph Theory*, Springer, 2008.
- Δ. Θηλυκός, *Σημειώσεις στη Θεωρία Γραφημάτων*, Τμήμα Μαθηματικών, ΕΚΠΑ.

## Θ19 = Ε22 Αρμονική Ανάλυση

Προαπαιτούμενες γνώσεις: πραγματική ανάλυση, στοιχειώδης θεωρία μέτρου.

- Σειρές Fourier: βασικές ιδιότητες, σημειακή, ομοιόμορφη και  $L_p$ -σύγκλιση, μέθοδοι αθροισμότητας, πυρήνες αθροισμότητας και προσεγγίσεις της μονάδας.
- Μετασχηματισμός Fourier στον  $\mathbb{R}^n$ : μετασχηματισμός Fourier στον  $L_1$ , τύπος αντιστροφής, ο χώρος του Schwartz, μετασχηματισμός Fourier στον  $L_2$  και το θεώρημα Plancherel, τύπος Poisson.
- Θεώρημα παρεμβολής Riesz-Thorin και ανισότητα Hausdorff-Young.
- Αρμονικές συναρτήσεις στον δίσκο και ο πυρήνας του Poisson.
- Χώροι Hardy στον κύκλο και στην ευθεία και θεώρημα F. και M. Riesz.
- Μεγιστική συνάρτηση Hardy–Littlewood.
- Μετασχηματισμός Hilbert: θεώρημα παρεμβολής Marcinkiewicz, διάσπαση Calderón-Zygmund, ο μετασχηματισμός Hilbert στον  $L_1$  και τους  $L_p$ .

### Βιβλιογραφία

- H. Helson, *Harmonic Analysis* (2nd edition), Texts and Readings in Mathematics, 7, Hindustan Book Agency, New Delhi, 2010.
- G. B. Folland, *Real Analysis: Modern Techniques and their Applications* (2nd edition), Wiley, 1999.
- Y. Katznelson, *An Introduction to Harmonic Analysis* (3rd edition), Cambridge University Press, 2004.
- W. Rudin, *Functional Analysis* (2nd edition), McGraw-Hill, 1991.
- W. Rudin, *Real and Complex Analysis* (3rd edition), McGraw-Hill, 1987.
- E. Stein, R. Shakarchi, *Fourier Analysis. An Introduction*, Princeton Lectures in Analysis, 1, Princeton University Press, 2003.
- E. Stein, G. Weiss, *Introduction to Fourier Analysis on Euclidean Spaces*, Princeton University Press, 1971.
- C. Muscalu, W. Schlag, *Classical and Multilinear Harmonic Analysis*, Vol. I, Cambridge University Press, 2013.
- L. Grafakos, *Classical Fourier Analysis* (3rd edition), Springer, 2014.

### Πρόσθετη Βιβλιογραφία

- E. Stein, *Harmonic Analysis: Real-Variable Methods, Orthogonality, and Oscillatory Integrals*, Princeton University Press, 1993.
- E. Stein, *Singular Integrals and Differentiability Properties of Functions*, Princeton University Press, 1970.
- H. Dym, H. P. McKean, *Fourier Series and Integrals*, Academic Press, 1972.

## Θ20 Αλγεβρική Τοπολογία

- Θεμελιώδης ομάδα, Θεώρημα Seifert-Van Kampen, χώροι επικάλυψης, ταξινόμηση χώρων επικάλυψης, Θεωρία Ομολογίας, Εφαρμογές (Θεώρημα σταθερού σημείου του Brouwer, Θεμελιώδες Θεώρημα Άλγεβρας, Αναλλοίωτο της Διάστασης).

### Βιβλιογραφία

- A.Hatcher, *Algebraic Topology*, Cambridge University Press, 2002.  
<http://www.math.cornell.edu/~hatcher/AT/ATpage.html>
- W. S. Massey, *A Basic Course in Algebraic Topology*, Springer, 1991.
- G. Bredon, *Topology and Geometry*, Springer, 2002

## Θ21 Αλγεβρική Γεωμετρία

- Παραδείγματα επίπεδων αλγεβρικών καμπυλών: κωνικές τομές και κυβικές καμπύλες.
- Αλγεβρικές πολλαπλότητες: Αφφινικές πολλαπλότητες, το θεώρημα των ριζών του Hilbert, προβολικές πολλαπλότητες, μορφισμοί και ρητές απεικονίσεις, λείες πολλαπλότητες, το πολυώνυμο του Hilbert μιας προβολικής πολλαπλότητας, το θεώρημα του Bezout.
- Schemes: Sheaves σε τοπολογικούς χώρους, το φάσμα ενός μεταθετικού δακτυλίου, παραδείγματα schemes.

### Βιβλιογραφία

- Hartshorne, *Algebraic Geometry*, Springer.
- Eisenbud, *Commutative Algebra with a view toward Algebraic Geometry*, Springer.
- Reid: *Undergraduate Algebraic Geometry*, LMS.

## Θ22 Θεωρία Κυρτών Σωμάτων

- Κυρτές συναρτήσεις πολλών μεταβλητών.
- Κυρτά σύνολα, κυρτά σώματα, κυρτή θήκη. Υπερεπίπεδα στήριξης και συναρτήσεις στήριξης. Σύνορο κυρτών σωμάτων.
- Μεικτοί όγκοι και Quermassintegrals. Ανισότητα Brunn–Minkowski, ανισότητα Aleksandrov–Fenchel. Συμμετρικοποίηση και γεωμετρικές ανισότητες.
- Ανισότητα Brascamp–Lieb. Θεώρημα του John, εφαρμογές της ανισότητας Brascamp–Lieb.
- Ισοτροπικά κυρτά σώματα, η εικασία του υπερεπιπέδου. Κατανομή του όγκου σε κυρτά σώματα μεγάλης διάστασης, κεντρικό οριακό θεώρημα για κυρτά σώματα.
- Ασυμπτωτική κυρτή γεωμετρία: Θεώρημα Dvoretzky,  $MM^*$ -ανισότητα, M-θέση, αντίστροφη ανισότητα Santaló και αντίστροφη ανισότητα Brunn–Minkowski.

### Βιβλιογραφία

- P. M. Gruber, *Convex and Discrete Geometry*, Springer, 2007.
- R. Schneider, *Convex bodies: the Brunn–Minkowski theory* (2nd edition), Cambridge University Press, 2014.
- S. Brazitikos, A. Giannopoulos, P. Valettas, B. H. Vritsiou, *Geometry of isotropic convex bodies*, American Mathematical Society, 2014.
- S. Artstein-Avidan, A. Giannopoulos, V. Milman, *Asymptotic Geometric Analysis, Part I*, American Mathematical Society, 2015.

### Πρόσθετη Βιβλιογραφία

- T. Bonnesen, W. Fenchel, *Theory of Convex Bodies*, translated from the German and edited by L. Boron, C. Christenson and B. Smith, BCS Associates, 1987.
- T. Bonnesen, W. Fenchel, *Theorie der konvexen Körper*, Berichtigter Reprint, Springer-Verlag, 1974.

### Θ23 Ομολογική Άλγεβρα I

- Βασικές έννοιες της Θεωρίας Κατηγοριών: ορισμοί και παραδείγματα κατηγοριών, ειδικοί μορφισμοί, συναρτητές και φυσικοί μετασχηματισμοί.
- Η κατηγορία των R-προτύπων: R-πρότυπα, προσθετικοί συναρτητές, ακριβείς ακολουθίες, οι συναρτητές Hom, προβολικά και εμφυτευτικά πρότυπα, το τανυστικό γινόμενο, επίπεδα πρότυπα.
- Παραγόμενοι Συναρτητές: συμπλέγματα και ομολογία, ομοτοπία, επιλύσεις, οι παραγόμενοι συναρτητές  $RnF$  και  $LnF$ , οι συναρτητές Ext και Tor, εφαρμογές.
- Όρια: επαγωγικά και προβολικά όρια, ανώτερα όρια, ομολογική διάσταση ενός διατεταγμένου συνόλου.

#### Βιβλιογραφία

- Hilton, Stambach, *A Course in Homological Algebra*, Springer,
- MacLane, *Homology*, Springer,
- Weibel, *An Introduction to Homological Algebra*, Cambridge University Press.

### Θ24 Ομολογική Άλγεβρα II

- Θέματα ομολογικής άλγεβρας που εξαρτώνται από τα ερευνητικά ενδιαφέροντα του διδάσκοντα και των φοιτητών.

### Θ25 = E25 Ψευδοδιαφορικός Λογισμός

- Μετασχηματισμός Fourier και χώροι Sobolev, το θεώρημα του Sobolev και το λήμμα του Rellich.
- Ψευδοδιαφορικοί τελεστές στον  $\mathbb{R}^n$ , σύμβολα και λογισμός συμβόλων.
- Ο πυρήνας Schwartz ενός ψευδοδιαφορικού τελεστή.
- Ψευδοτοπικότητα, σύνολα κυματικού μετώπου και απεριόριστα παραγωγίσιμοι ψευδοδιαφορικοί τελεστές.
- Διάδοση ιδιομορφιών.
- Το θεώρημα του Hörmander.

#### Βιβλιογραφία

- L. Hörmander, *The Analysis of Linear Partial Differential Operators*, Vols 3, 4, Springer, 1985.
- X. Saint Raymond, *Elementary Introduction to the Theory of Pseudodifferential Operators*, CRC Press, 1991.
- M. E. Taylor, *Pseudodifferential Operators*, Princeton University Press, 1981.
- F. Trèves, *Introduction to Pseudodifferential Operators and Fourier Integral Operators*, Vol. 1: *Pseudodifferential Operators*, Plenum, 1980.

### Θ26 Θεωρία Ομάδων I

- Ελεύθερες ομάδες, υποομάδες ελευθέρων ομάδων, γεωμετρική αναπαράσταση αυτών και εφαρμογές (Θεώρημα Howson, ανισότητα της Hanna Neumann).
- Ελεύθερα γινόμενα, Θεωρήματα των Kurosh και Grushko, ελεύθερα γι-νόμεσα με αμάλαμα, HNN επεκτάσεις και δράσεις ομάδων σε δέντρα.
- Οι άπειρες ομάδες ως γεωμετρικά αντικείμενα, πέρατα (ends) ομάδων, ταξινόμηση των ομάδων με δύο πέρατα, το θεώρημα του Stallings για ομάδες με περισσότερα από ένα πέρατα, free by finite ομάδες.

#### Βιβλιογραφία

- Oleg Bogopolski, *Introduction to group theory*. EMS Textbooks in Mathematics. European Mathematical Society (EMS), Zurich, 2008.
- Warren Dicks and Martin J. Dunwoody, *Groups acting on graphs*. Cambridge University Press, Cambridge, 1989.

- Peter Scott and Terry Wall, *Topological methods in group theory*. In: Homological group theory , pp. 137–203. London Math. Soc. Lecture Note Ser., 36, Cambridge Univ. Press, 1979.

## Θ27 Θεωρία Ομάδων II

- Θέματα θεωρίας ομάδων που εξαρτώνται από τα ερευνητικά ενδιαφέροντα του διδάσκοντα και των φοιτητών.

## Θ28 Θεωρία Αναδρομής

- Σχέσεις, συναρτήσεις, γλώσσες, προβλήματα, επαγωγή, αποδεικτικές τεχνικές.
- Μηχανές Turing.
- Turing απαριθμήσιμες γλώσσες.
- Παραλλαγές/επεκτάσεις μηχανών Turing.
- Γενικές γραμματικές.
- Πρωτογενώς αναδρομικές συναρτήσεις.
- Καθολικές μηχανές Turing.
- Αυτοαναφορά, το θεώρημα της αναδρομής.
- Βαθμοί μη-αποφασισιμότητας.

### Βιβλιογραφία

- M. Sipser, *Εισαγωγή στην Θεωρία Υπολογισμού*, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, 2015.
- H. R. Lewis, X. Παπαδημητρίου, *Στοιχεία Θεωρίας Υπολογισμού*, Εκδόσεις Κριτική, 2005.
- J. E. Hopcroft, J. D. Ullman, *Introduction to Automata Theory, Languages, and Computation* (1st edition), Addison-Wesley, 1979.
- D. C. Kozen: *Automata and Computability*, Springer, 1997.
- Γ. Ν. Μοσχοβάκης: *Αναδρομή και Υπολογισιμότητα*, 2011.
- T. Sudkamp, *Languages and Machines: An Introduction to the Theory of Computer Science* (3rd Edition), Pearson, 2006.

## Θ29 Συνδυαστική Θεωρία

- Απαρίθμηση και γεννήτριες συναρτήσεις, μεταθέσεις και πολυώνυμα Euler, εκθετικές γεννήτριες συναρτήσεις, ο εκθετικός τύπος, ο τύπος αντιστροφής του Lagrange και εφαρμογές στην απαρίθμηση δένδρων.
- Η αρχή εγκλεισμού-αποκλεισμού και εφαρμογές.
- Μερικώς διατεταγμένα σύνολα, η συνάρτηση του Möbius, αντιστροφή Möbius, semimodular και γεωμετρικοί σύνδεσμοι, το θεώρημα NBC του Rota, το χαρακτηριστικό πολυώνυμο, εφαρμογές σε παρατάγματα υπερεπιπέδων και χρωματισμούς γραφημάτων, το πολυώνυμο ζήτα μιας μερικής διάταξης.
- Στοιχεία τοπολογικής συνδυαστικής, το σύμπλεγμα μιας μερικής διάταξης και η χαρακτηριστική Euler, μονοπλεκτικά και κυτταρικά συμπλέγματα, αποφλοιώσιμα (shellable) και Cohen-Macaulay συμπλέγματα και μερικώς διατεταγμένα σύνολα, μερικές διατάξεις του Euler και οι εξισώσεις Dehn-Sommerville. Ρητές γεννήτριες συναρτήσεις, θεωρία των P-διαμερίσεων και P-πολυώνυμα Euler, quasi-συμμετρικές συναρτήσεις.

### Βιβλιογραφία

- Martin Aigner, *Combinatorial Theory*, Springer, 1979; 2nd printing, Springer, 1997.
- Ian Goulden, David Jackson, *Combinatorial Enumeration*, Dover, 1983.
- T. Kyle Petersen, *Eulerian Numbers*, Birkhauser Advanced Texts, Birkhauser, 2015.
- Richard P. Stanley, *Enumerative Combinatorics*, vol. 1, Cambridge University Press, 2nd edition, Cambridge. σχεδόν τελική μορφή του κειμένου είναι διαθέσιμη εδώ: <http://www-math.mit.edu/~rstan/ec/ec1/>
- Richard P. Stanley, *Enumerative Combinatorics*, vol. 2, Cambridge University Press, 1999.

- Richard P. Stanley, *An Introduction to Hyperplane Arrangements*, in *Geometric Combinatorics* (E. Miller, V. Reiner and B. Sturmfels, eds.), IAS/Park City Mathematics Series 13, pp. 389-496, Amer. Math. Society, 2007.  
οι σημειώσεις αυτές είναι διαθέσιμες εδώ: <http://www-math.mit.edu/~rstan/arrangements/arr.html>
- Herbert S. Wilf, *Generatingfunctionology*, A K Peters, Ltd, 3rd edition, 2006.  
η 2<sup>η</sup> έκδοση είναι διαθέσιμη εδώ: <https://www.math.upenn.edu/~wilf/DownldGF.html>

### Θ30 Συμπλεκτική Γεωμετρία

- Συμπλεκτικοί διανυσματικοί χώροι, υπόχωροι Lagrange.
- Συμπλεκτικές πολλαπλότητες και υποπολλαπλότητες Lagrange.
- Η μορφή Liouville και η εσωτερική συμπλεκτική δομή της συνεφαπτόμενης δέσμης.
- Τοπικό και ολικό θεώρημα Darboux, κανονική μορφή υποπολλαπλοτήτων Lagrange.
- Συμπλεκτομορφισμοί και διανυσματικά πεδία Hamilton.
- Συμπλεκτικές και Χαμιλτονιανές δράσεις.
- Απεικόνιση ορμής και συμπλεκτική αναγωγή.
- Η αγκύλη Poisson.
- Εισαγωγή στη μέθοδο των τροχιών (Γεωμετρική Κβαντοποίηση).

#### Βιβλιογραφία

- R. Abraham and J. E. Marsden (2008) *Foundations of Mechanics*, 2<sup>nd</sup> edition. American Mathematical Society.
- V. I. Arnold (1978) *Mathematical Methods of Classical Mechanics*, 2<sup>nd</sup> edition. Springer.
- V. Guillemin and S. Sternberg (1990) *Symplectic Techniques in Physics*. Cambridge University Press.
- D. McDuff and D. Salamon (1999) *Introduction to Symplectic Topology*, 2<sup>nd</sup> edition. Oxford University Press.

### Θ31 Αλγεβρική Θεωρία Αριθμών

- Στοιχεία αντιμεταθετικής άλγεβρας: Localization, ακέραια εξάρτηση, διακριτοί δακτύλιοι εκτίμησης, δακτύλιοι της Noether, και του Dedekind.
- Κλασματικά ιδεώδη και η ομάδα κλάσεων, ίχνη και νόρμες.
- Δακτύλιοι των ακεραίων αλγεβρικών, ιδεώδη και παραδείγματα από τετραγωνικά και κυκλοτομικά σώματα.
- Lattices σε πραγματικούς διανυσματικούς χώρους, το θεώρημα του Minkowski.
- Θεωρήματα δομής μονάδων και το πεπερασμένο του Class Number.
- Πλήρη σώματα, Αρχιμήδειες και μη Αρχιμήδειες εκτιμήσεις.
- Θεωρία του Hilbert, ομάδες αδράνειας διακλάδωσης και ανάλυσης.
- Ο αυτομορφισμός του Frobenius και η συνάρτηση του Artin.
- Moduli και Ray classes, σειρές του Dirichlet.
- Χαρακτήρες αβελιανών ομάδων
- L-σειρές και αναπαραστάσεις γινομένων
- Θεωρήματα πυκνότητας.

#### Βιβλιογραφία

- G. Janusz, *Algebraic Number Fields*, 2nd edition, American Mathematical Society, 2005.
- J. Neukirch, *Algebraic Number Theory*, Springer, 1999.
- D. Lorenzini, *An Invitation to Arithmetic Geometry*, American Mathematical Society, 1996.

### Θ32 = Ε10 Μερικές Διαφορικές Εξισώσεις II

- Χώροι Sobolev. Ασθενείς παράγωγοι. Στοιχειώδεις ιδιότητες. Θεωρήματα Προσέγγισης. Επεκτάσεις. Ίχνη. Ανισότητες Sobolev, Gagliardo-Nirenberg. Ανισότητα Morrey. Συμπάγια. Ανισότητες τύπου Poincaré. Ανισότητα Hardy.
- Ελλειπτικές εξισώσεις 2ης τάξης. Ασθενείς λύσεις. Θεώρημα Lax-Milgram. Θεωρία Ομαλότητας στον  $L^2$ . Θεωρία De Giorgi-Moser.

#### Βιβλιογραφία

- L. C. Evans, *Partial Differential Equations*, 2nd edition, American Mathematical Society, 2010.
- L. C. Evans, R. F. Gariepy, *Measure Theory and Fine Properties of Functions*, CRC Press, 1991.
- D. Gilbarg, N. S. Trudinger, *Elliptic Partial Differential Equations of Second Order*, Springer, 1998.
- L. C. Evans, *Estimates for Second Order Elliptic Equations*, (Handwritten) Lecture notes.
- R. A. Adams, J. J. F. Fournier, *Sobolev Spaces*, 2nd edition, Academic Press, 2005.
- F. Demengel, G. Demengel, *Function Spaces of the Theory of Elliptic Partial Differential Equations*, Springer, 2012.
- J. Jost, *Partial Differential Equations*, Springer, 2002.
- H. Brezis, *Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations*, Springer, 2011.
- G. Leoni, *A First Course in Sobolev Spaces*, 2nd edition, American Mathematical Society, 2017.

### Θ33 Παραμετρική Πολυπλοκότητα

- Εισαγωγή στην παραμετρική πολυπλοκότητα, ισοδυναμίες μέτρων πολυπλοκότητας.
- Αλγοριθμικές τεχνικές: φραγμένα δέντρα αναζήτησης, επαναληπτική συμπίεση, άπληστος εντοπισμός, αναδρομική κατανόηση, σημαντικοί διαχωριστές, κανόνες αναγωγής, η τεχνική της ασήμαντης κορυφής, πιθανοτικές μέθοδοι.
- Πυρηνοποίηση, πυρηνοποίηση Turing.
- Δεντροπλάτος, το θεώρημα του Courcelle, δυναμικός προγραμματισμός, διαδιαστατότητα, εναλλακτικές παράμετροι πλάτους, παραμετρικές αναγωγές, μετααλγοριθμικά θεωρήματα.
- Οι κλάσεις para-NP και XP, η W-ιεραρχία: FPT, W[1], W[2], ..., W[SAT], W[P] και ορισμοί της μέσω κυκλωμάτων, λογικών τύπων και μοντέλων μηχανών Turing, κάτω φράγματα και υπόθεση εκθετικού χρόνου, ισχυρή υπόθεση εκθετικού χρόνου, παραμετρική πολυπλοκότητα πολυωνυμικά επιλύσιμων προβλημάτων.

#### Βιβλιογραφία

- D. Lokshtanov, D. Marx, F. V. Fomin, M. Cygan, S. Saurabh, *Parameterized Algorithms*, Springer, 2015.
- R. Downey, M. R. Fellows, *Fundamentals of Parameterized Complexity*, Springer, 2013.
- R. Niedermeier, *Invitation to Fixed-Parameter Algorithms*, Oxford University Press, 2006.
- J. Flum, M. Grohe, *Parameterized Complexity Theory*, Springer, 2006.