

# ΤΟ ΔΙΔΑΚΤΙΚΟ ΣΥΜΒΟΛΑΙΟ ΣΤΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Δέσπω Κυπριανού, Περικτιόνη Χατζηνικολάου, & Αθανάσιος Γαγάτσης  
Τμήμα Επιστημών της Αγωγής, Πανεπιστήμιο Κύπρου  
Παναγιώτης Σπύρου, Τμήμα Μαθηματικών, Πανεπιστήμιο Αθηνών

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η ενασχόληση πολλών ερευνών τα τελευταία χρόνια, με θέμα το διδακτικό σύμβολο, παρήγαγε σημαντικά συμπεράσματα όσον αφορά τη συμπεριφορά των μαθητών/τριών κατά την επίλυση μαθηματικών προβλημάτων. Στην εργασία αυτή, γίνεται προσπάθεια μελέτης του διδακτικού συμβολαίου σε σχέση με τη γεωμετρία, ένα κάπως «παραγκωνισμένο» τομέα των μαθηματικών. Με δείγμα 102 μαθητές/τριες ηλικίας 8-9 χρονών, που φοιτούν στη Γ' δημοτικού, σχολείων της Λευκωσίας και της Πάφου, επιχειρήσαμε να μελετήσουμε πως εμφανίζεται το διδακτικό σύμβολο σε προβλήματα γεωμετρίας και να δούμε αν διαφοροποιείται η συμπεριφορά των παιδιών όταν αλλάξει ο τρόπος διατύπωσης των οδηγιών της άσκησης.

## 1. ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ

### Τι είναι διδακτικό σύμβολο

Σύμφωνα με τον Brousseau: « Καλούμε διδακτικό σύμβολο το σύνολο των συμπεριφορών του διδάσκοντος που αναμένονται από το μαθητή και το σύνολο των συμπεριφορών του μαθητή, που αναμένονται από το διδάσκοντα... Αυτό το σύμβολο είναι το σύνολο των κανόνων που προσδιορίζουν εν μέρει ρητά αυτή τη σχέση, αλλά πάνω απ' όλα, υπόρρητα το ότι ο κάθε συμμετέχων στη διδακτική σχέση θα τη διαχειρίζεται με τον ένα ή τον άλλο τρόπο, αλλά πάντα έτσι ώστε να ανταποκρίνεται στις προσδοκίες του άλλου» (Γαγάτσης, 1997; Hengy, 2003, σελ.69).

Το σύμβολο αυτό «υπογράφεται» στα πρώτα στάδια της φοίτησης των παιδιών στο σχολείο. Η συμπεριφορά τους στα μαθηματικά προκύπτει από νόρμες και υπόρρητους κανόνες που δημιουργούνται με το χρόνο και ριζώνονται σταδιακά, με τη δύναμη της συνήθειας. Κατόπιν αυτού, επίδραση στη «δομή» του συμβολαίου ασκεί η στρατηγική της κάθε διδασκαλίας, και άρα οι κανόνες του διδακτικού συμβολαίου διαφοροποιούνται από τάξη σε τάξη καθώς και σε κάθε διαφορετική διδακτική κατάσταση.

Οι υπόρρητοι αυτοί κανόνες, καθοδηγούν τους/τις μαθητές/τριες στο σεβασμό και την υπακοή σε ακατανόητες εντολές και τους/τις μετατρέπει σε «αυτόματα μαθηματικά».

Παράδειγμα αυτού, το βιβλίο της Stella Baruk, στο οποίο περιγράφεται η έρευνα, στην οποία προτάθηκε το πρόβλημα της «ηλικίας του καπετάνιου» (Γαγάτσης, 1997; Sierpinska, 1999-2002):

Η δομή του προβλήματος αυτού είναι η ίδια με την τυπική δομή προβλήματος πρόσθεσης. Έτσι, η προσήλωση αυτή στις τυπικές διαδικασίες, λόγω διδακτικού συμβολαίου, οδηγεί τους περισσότερους μαθητές και μαθήτριες στην επίλυση του προβλήματος, κάνοντας χρήση των αριθμητικών του δεδομένων. Και αυτό γιατί, το

διδασκτικό συμβόλαιο επιβάλλει την πεποίθηση ότι, το πρόβλημα που δίνεται από τον/την εκπαιδευτικό, πάντα σημαίνει κάτι και πάντα έχει λύση.

Ακόμα, κατέληξαν να θεωρούνται «κανόνες» του διδασκτικού συμβολαίου, κάποια φαινόμενα που επαναλαμβάνονται κατά τη διδασκαλία των μαθηματικών: η επίλυση κάποιου προβλήματος πρέπει απαραίτητα να γίνει κάνοντας πράξεις, αφού πρώτα βρεθούν τα δεδομένα στην εκφώνηση και μάλιστα πρέπει τα δεδομένα αυτά να «μεταφραστούν» σε αριθμητικά αφού εντοπιστούν οι «λέξεις-κλειδιά» στο κείμενο. Συνήθως δε, οι ερωτήσεις που τίθενται δεν έχουν άμεση σχέση με την πραγματικότητα, αλλά είναι «επιτηδευμένες», με την άποψη ότι σκοπό έχουν να εμπεδωθούν τα διδασθέντα.

Άλλοι κανόνες σχετίζονται με τον αριθμό των λύσεων ενός προβλήματος, με τα δεδομένα ενός προβλήματος, με τον τρόπο παρουσίασης μιας έννοιας στη σχολική τάξη κλπ.

### **Έρευνες που αφορούν στο διδασκτικό συμβόλαιο**

Διάφορες έρευνες που έχουν γίνει, επιβεβαιώνουν τις πιο πάνω αποφάνσεις σχετικά με φαινόμενα που σχετίζονται με το διδασκτικό συμβόλαιο.

Το 1996, ο D' Amore (D' Amore, 1997) προσπαθώντας να μελετήσει την επίδραση της δημιουργίας νοητικής εικόνας στην επίλυση προβλημάτων, αναδύει την παρεμβολή του διδασκτικού συμβολαίου. Στην έρευνά του, διετύπωσε ένα τυπικό σχολικό πρόβλημα, το οποίο έδωσε σε 3 μορφές. Κάθε φορά το μόνο που άλλαζε ήταν μια λέξη. Στο πρώτο πρόβλημα ήταν η λέξη pencils, στο δεύτερο την άλλαξε με τη μη πραγματική λέξη portellos και την τρίτη φορά με την στερούμενη και φωνολογικής δομής «λέξη» przchetqzyw.

Το ποσοστό ορθών αριθμητικά απαντήσεων δεν άλλαξε με την αλλαγή των λέξεων, λόγω βέβαια του διδασκτικού συμβολαίου. Η ρεαλιστική και λογική συνέπεια του κειμένου, δεν λαμβάνεται υπόψη κατά την επίλυση του προβλήματος αφού πρώτιστος στόχος είναι η μετατροπή του κειμένου σε αριθμητικές πράξεις. Εξάλλου, το πρόβλημα δόθηκε, άρα πρέπει να σημαίνει κάτι, και πρέπει να έχει λύση.

Την επίδραση του διδασκτικού συμβολαίου, σε σχέση με τη μάθηση τριγωνομετρικών συναρτήσεων, μελέτησε ο G.T.Bagni, με έρευνά του σε παιδιά 16-19 χρονών (Bagni, 1997). Σύμφωνα με αυτή την εργασία, το διδασκτικό συμβόλαιο «επιβάλλει» την από μνήμης χρήση του πίνακα των βασικών τιμών των συναρτήσεων, καθώς και την απαραίτητως εύρεση μιας απάντησης σε κάθε δοθέν πρόβλημα. Συνέπεια αυτού, ήταν να δοθούν απαντήσεις σε αδύνατες εξισώσεις, αφού οι μαθητές/τριες έκαναν λανθασμένους συσχετισμούς των τιμών του πίνακα.

Οι Verschaffel, Greer & De Corte (2000) παρουσιάζουν στο βιβλίο τους ένα μεγάλο αριθμό ερευνών που αφορούν την εμφάνιση των συνεπειών του διδασκτικού συμβολαίου στην επίλυση δυο μεγάλων κατηγοριών προβλημάτων με τα παρακάτω χαρακτηριστικά:

#### 1. Συνηθισμένα προβλήματα ( S ) – Standard Problems:

• Μπορούν να λυθούν χωρίς ιδιαίτερες δυσκολίες συνδυάζοντας τα δεδομένα του προβλήματος με μια ή περισσότερες από τις 4 βασικές αριθμητικές πράξεις

•Αποτελούν την πλειοψηφία των λεκτικών προβλημάτων που χρησιμοποιούνται στα σχολικά μαθηματικά.

## 2. Προβληματικά προβλήματα ( P) – Problematic Problems:

•Μπορούν να λυθούν μόνο εάν ληφθούν υπόψη οι ρεαλιστικές καταστάσεις.

•Σπανίως συναντώνται σε σχολικά εγχειρίδια.

### Παραδείγματα προβλημάτων P

1.Εκδοχές προβλημάτων της Ηλικίας του Καπετάνιου: Υπάρχουν 4 γλειφιτζούρια στη δεξιά μου τσέπη και 9 καραμέλες στην αριστερή. Ποια είναι η ηλικία του πατέρα μου;( 13,36,49)

2.Πρόβλημα διαίρεσης με υπόλοιπο-DWR: Ένα στρατιωτικό λεωφορείο μπορεί να μεταφέρει 36 στρατιώτες. Εάν κατά τη διάρκεια της εκπαίδευσης των στρατιωτών θα πρέπει να μεταφερθούν 1128 στρατιώτες, τότε πόσα λεωφορεία θα χρειαστούν;(31 με υπόλοιπο 32)

3.Ψευδοαναλογικά προβλήματα- Pseudoproportionality problems: Εάν το ύψος ενός δεκάχρονου αγοριού είναι 1 μέτρο και 40 εκατοστά, τότε ποιο θα είναι το ύψος του όταν θα γίνει 20 χρονών; (2.80)

Στις απαντήσεις των μαθητών φάνηκε ότι δε δίνουν ιδιαίτερη σημασία στις ρεαλιστικές προεκτάσεις των προβλημάτων, παρά μόνο η προσπάθειά τους επικεντρώνεται στη μετάφραση του κειμένου σε αριθμητική πράξη, αφού λόγω διδακτικού συμβολαίου, η επιθυμητή απάντηση σε ένα πρόβλημα είναι η αλγοριθμική.

Το διδακτικό συμβόλαιο βέβαια δεν εμφανίζεται μόνο σε στοιχειώδη προβλήματα αριθμητικών πράξεων αλλά σε διάφορες μαθηματικές έννοιες και σε υποκείμενα διαφόρων σχολικών επιπέδων. Έρευνες σε μαθητές Λυκείου και σε φοιτητές Μαθηματικών του Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης έδειξαν ότι ένας μεγάλος αριθμός λαθών μπορεί να εξηγηθεί με την έννοια του διδακτικού συμβολαίου (για παράδειγμα λάθη μαθητών και φοιτητών σε αδύνατες εξισώσεις) (Γαγάτσης, 1994,1997).

Με οδηγό τις πιο πάνω έρευνες και με προβληματισμό πάνω στα αποτελέσματά τους η έρευνά μας επικεντρώθηκε στην εμφάνιση του διδακτικού συμβολαίου σε διδακτικές καταστάσεις που αφορούν τη γεωμετρία, σε παιδιά της Γ' δημοτικού (8-9 χρονών).

## **2. Η ΈΡΕΥΝΑ**

Η έρευνα έγινε σε μαθητές της Γ' Δημοτικού και βασίστηκε σε δυο δοκίμια Α' και Β'. Το δοκίμιο Α' απαντήθηκε από 49 παιδιά και το δοκίμιο Β' από 53 παιδιά. Η έρευνα συμπεριλάμβανε σχολεία της Λευκωσίας και της Πάφου.

Ο σκοπός της έρευνας ήταν η διερεύνηση του Διδακτικού Συμβολαίου στη γεωμετρία καθώς και μια προσπάθεια ρήξης του. Η προσπάθεια αυτή έγινε με αλλαγή στις οδηγίες εργασίας του δοκιμίου Β'.

Στην πρώτη άσκηση επιδιώξαμε τον εντοπισμό του διδακτικού συμβολαίου. Η άσκηση αυτή ήταν κοινή και για το δοκίμιο Α' αλλά και για το Β'. Με τον τρόπο αυτό μπορέσαμε να συγκρίνουμε τα δύο δείγματα ως προς το βαθμό ύπαρξης του συμβολαίου.

Στις υπόλοιπες ασκήσεις έγινε διαφοροποίηση ως προς τις οδηγίες. Σκοπός ήταν ο προβληματισμός των παιδιών έτσι ώστε να επέλθει η επιθυμητή ρήξη του συμβολαίου.

### 3. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Στην άσκηση 1 τα παιδιά έπρεπε να χρωματίσουν διάφορα γεωμετρικά σχήματα με διαφορετικά χρώματα ανάλογα με το είδος τους. Υπήρχαν τρίγωνα, τετράγωνα, κύκλοι και ορθογώνια. Μεταξύ αυτών βάλαμε και μια έλλειψη καθώς και ένα ορθογώνιο τραπέζιο. Τα παιδιά καθοδηγούμενα από την ύπαρξη του διδακτικού συμβολαίου χρωμάτισαν κατά πλειοψηφία όλα τα σχήματα, συμπεριλαμβάνοντας και εκείνα που δεν ανταποκρίνονταν στα χαρακτηριστικά των σχημάτων της οδηγίας.

Συγκεκριμένα από τα 49 παιδιά που πήραν το δοκίμιο Α τα 36 παιδιά χρωμάτισαν όλα τα σχήματα, την έλλειψη ως κύκλο και το ορθογώνιο τραπέζιο ως ορθογώνιο, αριθμός που αντιπροσωπεύει το 73.5%. Μόνο 2 παιδιά εντόπισαν την διαφορά της έλλειψης από τον κύκλο, αλλά όχι του τραπεζίου από το ορθογώνιο ποσοστό που αντιπροσωπεύει το 4%. Ένα παιδί δεν χρωμάτισε το τραπέζιο και αντιπροσωπεύει το 2%. Υπήρχαν και 6 παιδιά που χρωμάτισαν λάθος τα σχήματα, 12%, και τέλος 4 παιδιά απάντησαν σωστά αφήνοντας αχρωμάτιστα την έλλειψη και το τραπέζιο ποσοστό 8%.

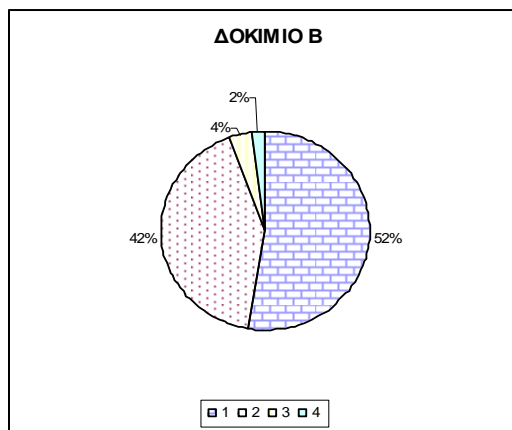
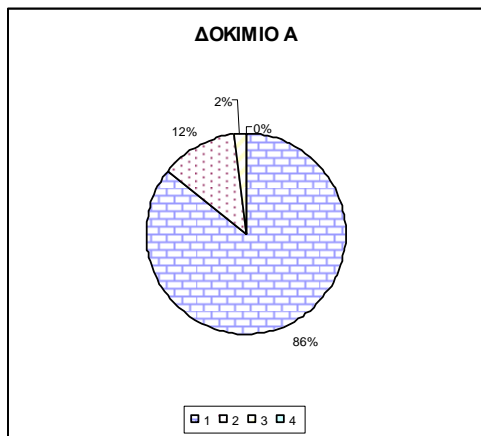
Στην ομάδα Β' από τα 53 παιδιά, ποσοστό 81% χρωμάτισαν όλα τα σχήματα, την έλλειψη ως κύκλο και το ορθογώνιο τραπέζιο ως ορθογώνιο. Δύο παιδιά εντόπισαν την διαφορά της έλλειψης από τον κύκλο, αλλά όχι του τραπεζίου από το ορθογώνιο ποσοστό που αντιπροσωπεύει το 4%. Τρία παιδιά δεν χρωμάτισαν το τραπέζιο και αντιπροσωπεύει το 5.5%. Λάθος απάντηση έδωσε μόνο ένα παιδί, 1.8%. Τέλος 4 παιδιά απάντησαν σωστά αφήνοντας αχρωμάτιστα την έλλειψη και το τραπέζιο ποσοστό 8%.

Από την πιο πάνω άσκηση βλέπουμε ότι ο βαθμός ύπαρξης του διδακτικού συμβολαίου κυμαίνεται στα ίδια επίπεδα και για τις δύο ομάδες.

Στη δεύτερη άσκηση δόθηκε στα παιδιά ένα ανθρωπάκι αποτελούμενο από γεωμετρικά σχήματα. Τα μόνα γνωστά στα παιδιά σχήματα ήταν το ορθογώνιο και το τετράγωνο. Τα παιδιά στο δοκίμιο Α καλούνταν να συμπληρώσουν τον αριθμό των σχημάτων συμπεριλαμβανομένου και κύκλου (δεν υπήρχε όμως κύκλος αλλά σχήματα παρόμοια με κύκλο) καθώς και τριγώνου (υπήρχαν σχήματα που έμοιαζαν με τρίγωνο). Στο δοκίμιο Β' υπήρχε το ίδιο ανθρωπάκι αλλά χωρίς τις υποδείξεις των σχημάτων για συμπλήρωση.

Στο δοκίμιο Α' 42 παιδιά απάντησαν ότι υπάρχουν και κύκλοι και τρίγωνα, ποσοστό 86%. Έξι παιδιά, ποσοστό 12% εντόπισαν ότι δεν υπάρχουν τρίγωνα ενώ κανένα παιδί δεν απάντησε ότι δεν έχουμε κύκλους. Μόνο 1 παιδί έδωσε τη σωστή απάντηση και αντιπροσωπεύει μόλις το 2%.

Στο δοκίμιο Β' 28 παιδιά απάντησαν ότι υπάρχουν και κύκλοι και τρίγωνα, ποσοστό 52%. Είκοσι δύο παιδιά, ποσοστό 42% εντόπισαν ότι δεν υπάρχουν τρίγωνα. Ένα παιδί απάντησε ότι δεν έχουμε κύκλους, 2%. Μόνο 2 παιδιά έδωσαν τη σωστή απάντηση και αντιπροσωπεύουν το 4%.



1=όλα τα σχ., 2=όχι τρίγωνα, 3=σωστά, 4=όχι κύκλους

Από την άσκηση αυτή εντοπίσαμε σημαντική διαφοροποίηση στις απαντήσεις όσον αφορά την ύπαρξη τριγώνων.

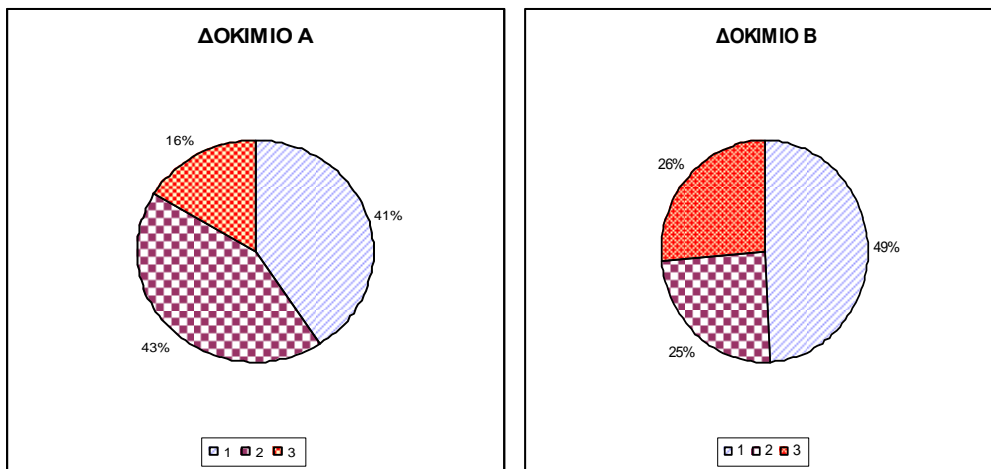
Στην τρίτη άσκηση ζητήσαμε από τα παιδιά να βρουν την περίμετρο κάποιων σχημάτων. Ανάμεσα στα σχήματα υπήρχε και ένα ανοικτό σχήμα το οποίο δεν έχει περίμετρο. Στο δοκίμιο Α' απλά ζητήθηκε η περίμετρος. Στο δοκίμιο Β' αλλάξαμε την οδηγία και ζητήσαμε από τα παιδιά να βρουν πόσα εκατοστόμετρα θα περπατήσει μια παπαρούνα για να κάνει το γύρω των σχημάτων.

Στο δοκίμιο Α' όλα τα παιδιά έδωσαν περίμετρο για όλα τα σχήματα. Στο δοκίμιο Β', 51 παιδιά, 96%, έδωσαν περίμετρο για όλα τα σχήματα και μόλις 2 παιδιά αρνήθηκαν να γράψουν απάντηση για το ανοικτό σχήμα, ποσοστό 4%.

Στη συγκεκριμένη άσκηση ο στόχος δεν επιτεύχθηκε και δεν είχαμε τα επιθυμητά αποτελέσματα.

Στην τέταρτη άσκηση τα παιδιά καλούνταν να τοποθετήσουν τον άξονα συμμετρίας σε κάποια σχήματα. Τρία από τα σχήματα ήταν συμμετρικά ενώ το ένα σχήμα ασύμμετρο. Στο δοκίμιο Α' η οδηγία έλεγε να τοποθετήσουν τον άξονα συμμετρίας, ενώ στο δοκίμιο Β' η οδηγία απλοποιήθηκε καλώντας τα παιδιά να βρουν ένα τρόπο να χωρίσουν τα σχήματα σε δύο ίσα μέρη.

Στο δοκίμιο Α', 20 παιδιά, ποσοστό 41% τοποθέτησαν άξονα συμμετρίας σε όλα τα σχήματα. Είκοσι ένα παιδιά έδωσαν τη σωστή απάντηση, ποσοστό 43% και 8 παιδιά που αντιπροσωπεύουν το 16% τοποθέτησαν λάθος τους άξονες συμμετρίας.



1=άξονα σε όλα, 2= σωστά, 3=λάθος τοποθέτηση άξονα

Στο δοκίμιο Β' 26 παιδιά, (49%) τοποθέτησαν άξονα συμμετρίας σε όλα τα σχήματα. Δεκατρία παιδιά έδωσαν τη σωστή απάντηση ποσοστό 25% και δεκατέσσερα παιδιά έκαναν λάθος, 26%.

Στην άσκηση αυτή είχαμε καλύτερα αποτελέσματα στο δοκίμιο Α' το οποίο πιθανό να οφείλεται σε μη κατανόηση από τα παιδιά της οδηγίας που δόθηκε στο δοκίμιο Β'.

Στην άσκηση πέντε, δοκίμιο Α', ζητήθηκε από τα παιδιά να δώσουν το εμβαδόν ενός τετραγώνου με πλευρές 5cm και 6cm. Στο δοκίμιο Β, η οδηγία έλεγε να σχεδιάσουν το τετράγωνο με πλευρές 5cm και 6cm και να βρουν το εμβαδόν του.

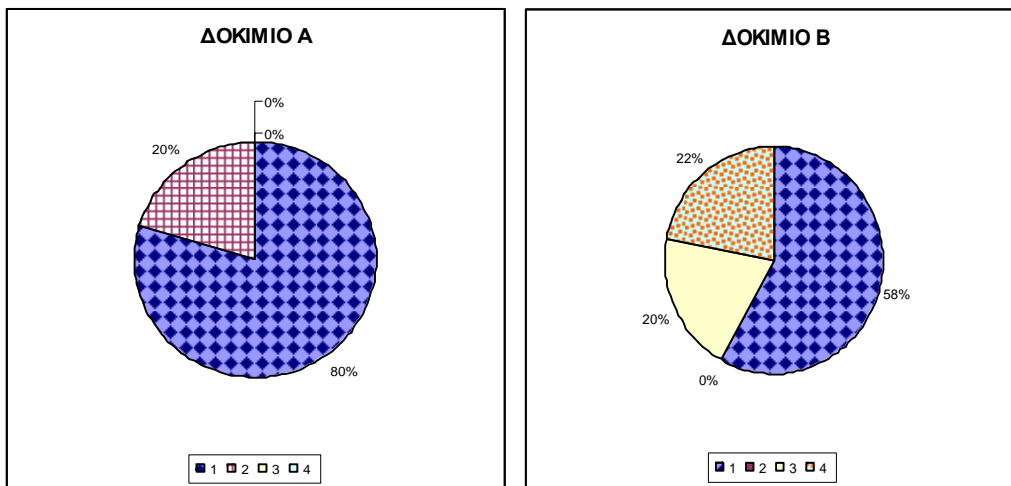
Στο δοκίμιο Α' μόνο 3 παιδιά έδωσαν εμβαδόν τετραγώνου, ποσοστό 6%. Τριάντα οκτώ παιδιά, 78%, σχεδίασαν το τετράγωνο και οκτώ παιδιά ποσοστό 16% έκαναν άσχετα σχήματα.

Στο δοκίμιο Β' κανένα παιδί δεν έδωσε εμβαδόν, 48 παιδιά, ποσοστό 90% έκαναν κάποιο σχήμα και 5 παιδιά ποσοστό 10% απάντησαν ότι δεν υπάρχει τέτοιο σχήμα.

Από την άσκηση αυτή, βλέπουμε ότι τα παιδιά, στην πλειοψηφία τους έκαναν σχήμα το οποίο ίσως να οφείλεται στην άγνοιά τους στο να βρίσκουν την τιμή του εμβαδού έχοντας μόνο τις διαστάσεις.

Στην έκτη άσκηση, δόθηκε στα παιδιά ένα σχήμα στο οποίο σχηματίζονταν 9 τρίγωνα, τα οποία όμως δεν διακρίνονταν με μια πρώτη ματιά. Στο δοκίμιο Α' ζητήθηκε από τα παιδιά να γράψουν πόσα τρίγωνα εντόπιζαν ενώ στο δοκίμιο Β' τους δόθηκαν τρεις επιλογές: 5, 7 και 9.

Στο δοκίμιο Α', 39 παιδιά, ποσοστό 79,5% απάντησαν ότι το σχήμα είχε 5 τρίγωνα. Δέκα παιδιά, 20,5%, έδωσαν λανθασμένες απαντήσεις. Κανένα παιδί δεν απάντησε 7 ή 9 τρίγωνα.



1=5 τρ.    2= λάθος απάντηση    3=7 τρ.    4=9 τρ.

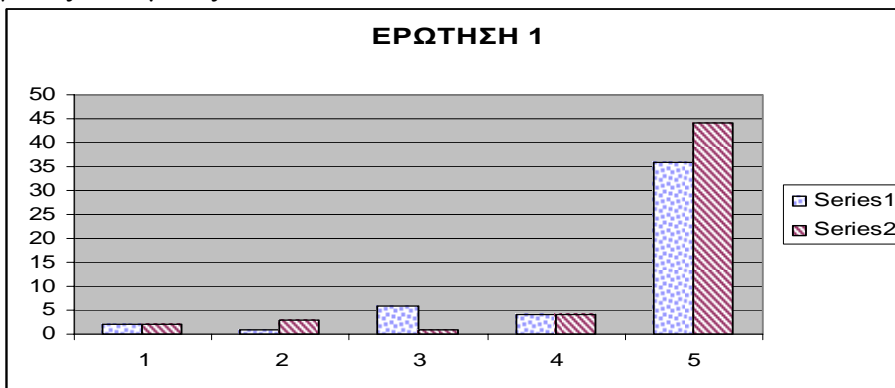
Στο δοκίμιο Β', 29 παιδιά ποσοστό 55%, απάντησαν 5 τρίγωνα, δέκα παιδιά απάντησαν 7 τρίγωνα, ποσοστό 20% και 11 παιδιά έδωσαν την απάντηση 9, ποσοστό 25%.

Στη συγκεκριμένη άσκηση, φάνηκε ότι οι επιλογές που δόθηκαν, έκαναν τα παιδιά να σκεφτούν διαφορετικά, με αποτέλεσμα να έχουμε ένα ποσοστό της τάξης του 25% από σωστές απαντήσεις.

#### 4. ΤΕΛΙΚΕΣ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

Από τα αποτελέσματα των δύο δοκιμίων, φάνηκε ότι η αλλαγή στις οδηγίες μπορεί να επιφέρει και τη διαφοροποίηση στις απαντήσεις των παιδιών. Η έντονη ύπαρξη του διδακτικού συμβολαίου η οποία εντοπίστηκε και στις δύο ομάδες με τα αποτελέσματα της πρώτης άσκησης, βλέπουμε ότι ταρακουνιέται με την αλλαγή των οδηγιών.

Στον πίνακα 1 βλέπουμε τη σύγκριση των αποτελεσμάτων για την άσκηση 1. Η ύπαρξη του Διδακτικού συμβολαίου είναι εμφανής και κυμαίνεται στα ίδια επίπεδα για τις δύο ομάδες.

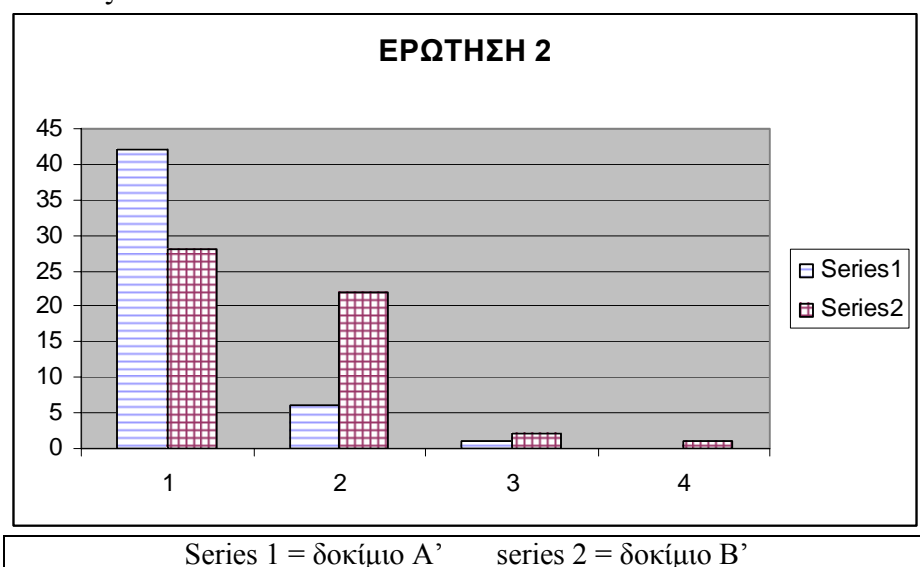


series 1 = δοκίμιο Α'    series 2 = δοκίμιο Β'

Στην άσκηση 2 ενώ στο πρώτο δοκίμιο 12% των παιδιών εντόπισε ότι δεν υπάρχουν τρίγωνα στο δοθέν σχήμα, στο δεύτερο δοκίμιο το ποσοστό αυξήθηκε στο 41,5%. Επίσης στην ίδια άσκηση, το ποσοστό στο Α' δοκίμιο των παιδιών που κατέγραψαν όλα τα σχήματα ανήλθε στο 86%, στο δοκίμιο Β' μειώθηκε στο 52%. Η διαφοροποίηση της οδηγίας και συγκεκριμένα η μη δοθείσα υπόδειξη ως προς τα σχήματα, βοήθησε στη ρήξη του συμβολαίου.

Στον πίνακα 2 έχουμε σύγκριση των δύο ομάδων για την άσκηση 2. Εντοπίζουμε σημαντική διαφορά στις απάντηση 2 που είναι η διάκριση του σχήματος που είχε στα χέρια του σχήματος ως μη τρίγωνο.

**Πίνακας 2**



Στην άσκηση 3 είδαμε ότι ο στόχος μας δεν επιτεύχθηκε και τα παιδιά ανταποκρίθηκαν με τον ίδιο τρόπο στα δύο δοκίμια παρόλο που έγινε διαφοροποίηση της οδηγίας. Η ερμηνεία που μπορεί να δοθεί είναι ίσως ότι έγινε λανθασμένη επιλογή στη διαφοροποιημένη οδηγία. Αυτό είχε ως αποτέλεσμα τη μη ρήξη του συμβολαίου και έτσι τα παιδιά έδωσαν απάντηση σε όλα τα σχήματα.

Στην άσκηση 4 τα αποτελέσματα είναι παρόμοια με εκείνα της άσκησης τρία. Η ίδια αιτιολόγηση όπως και για την προηγούμενη άσκηση ισχύει και για την άσκηση αυτή.

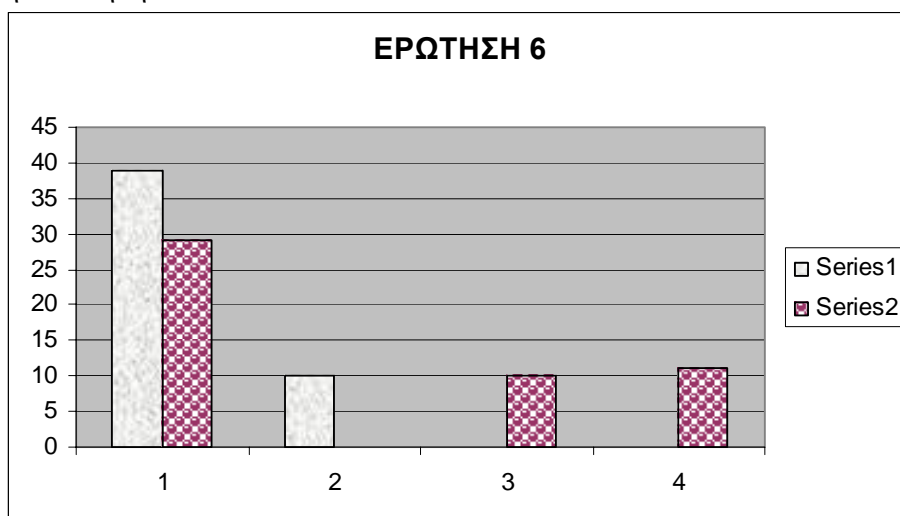
Στην πέμπτη άσκηση, παρατηρήθηκε μια άρνηση των παιδιών στο να δώσουν το εμβαδόν του τετραγώνου. Ίσως αυτό να οφείλεται στο ότι τα παιδιά έχουν συνηθίσει να βρίσκουν το εμβαδόν αφού το σχήμα τους δοθεί σε τετραγωνισμένο χαρτί. Παρόλα αυτά η επίδραση του διδακτικού συμβολαίου ήταν πολύ έντονη και οδήγησε τα παιδιά στο να σχεδιάσουν το τετράγωνο, χωρίς να τους ζητείται, και μάλιστα χωρίς να έχουμε ένα τετράγωνο αφού οι πλευρές δεν ήταν ίσες. Στη συγκεκριμένη άσκηση, αριθμός παιδιών διαμαρτυρήθηκε προφορικά για μη ύπαρξη τέτοιου



τετραγώνου αλλά παρά τη διαμαρτυρία σχεδίασαν τετράγωνο ή ορθογώνιο τοποθετώντας μάλιστα τις διαστάσεις στις πλευρές.

Στην έκτη και τελευταία άσκηση, ο στόχος για καλύτερα αποτελέσματα φαίνεται να έχει επιτευχθεί. Η διαφοροποίηση που έγινε από το δοκίμιο Α' στο Β' ήταν το ότι δόθηκαν στα παιδιά επιλογές με πιθανές απαντήσεις. Ενώ στην περίπτωση που καλέσαμε τα παιδιά απλά να καταμετρήσουν τα τρίγωνα και να δώσουν απάντηση είχαμε ένα ποσοστό της τάξης του 80% που απάντησαν 5 τρίγωνα, με τις δοθείσες επιλογές το ποσοστό αυτό μειώθηκε στο 55%. Επίσης στο Α' δοκίμιο, δεν είχαμε καμία απάντηση με 9 τρίγωνα. Στο δοκίμιο Β' το ποσοστό της σωστής απάντησης, 9 τρίγωνα, δόθηκε από το 25% των παιδιών. Είναι εμφανής η συνεισφορά των επιλογών στη ρήξη του συμβολαίου.

Στον πίνακα 3 έχουμε τη σύγκριση των αποτελεσμάτων για την άσκηση 6. Εδώ βλέπουμε ότι έχουμε πιθανή ρήξη του συμβολαίου. Στο δοκίμιο Α' δεν είχαμε καμιά σωστή απάντηση ενώ στο δοκίμιο Β' ένα ποσοστό της τάξης του 25% έδωσε τη σωστή απάντηση.



Συμπερασματικά θα λέγαμε ότι το διδακτικό συμβόλαιο είναι ένας παράγοντας που εμποδίζει τα παιδιά στη διαδικασία μάθησης και αποτελεσματικής αντιμετώπισης διδακτικών καταστάσεων. Η βελτίωση των αποτελεσμάτων μπορεί να επιτευχθεί και μέσα από μια αλλαγή – διαφοροποίηση στην οδηγία για επίλυση του προβλήματος. Η διαφοροποίηση αυτή μπορεί να είναι γλωσσική απλοποίηση καθώς και τοποθέτηση επιλογών ως πιθανές λύσεις.

## 5. ΕΠΙΛΟΓΟΣ

Η χρήση της γλώσσας είναι ένας παράγοντας που επηρεάζει τα αποτελέσματα επιτυχίας των μαθητών. Με την απλοποίηση των οδηγιών έτσι ώστε να δίνεται περισσότερη ώθηση στους μαθητές για κριτική σκέψη μπορούμε να πετύχουμε τη ρήξη του διδακτικού συμβολαίου. Εάν η οδηγία για επίλυση ενός μαθηματικού προβλήματος δοθεί σε απλοποιημένη γλώσσα, πιο κατανοητή στα παιδιά τότε ίσως έχουμε ρήξη του Διδακτικού Συμβολαίου. Η επιλογή των οδηγιών πρέπει να γίνεται πολύ προσεκτικά και με γνώμονα πάντα το επίπεδο και τις εμπειρίες των παιδιών.

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

D'Amore, B. (1997). Mental Images, Everyday Language and expected behaviors in problem-solving. In: Bruno D'Amore & Athanasios Gagatsis (Eds), *Didactics of Mathematics-Technology in Education* (pp.11-24), Art of Text, ERASMUS, Thessaloniki, 1997.

Bagni, G.T. (1997). Trigonometric functions: Learning and didactical contract. In: Bruno D'Amore & Athanasios Gagatsis (Eds), *Didactics of Mathematics-Technology in Education* (pp.1-11), Art of Text, ERASMUS, Thessaloniki, 1997.

Michel Henry (2003) *Διδακτική των Μαθηματικών*, Σημειώσεις για το μεταπτυχιακό μάθημα του Τμήματος Επιστημών Αγωγής του Πανεπιστημίου Κύπρου « Σύγχρονη Έρευνα στη Διδακτική των Μαθηματικών» (επιμέλεια Π.Σπύρου), Λευκωσία.

Sierpinska A, (1999-2002). *Lecture Notes on the Theory of Didactic Situations*. Σημειώσεις για το μεταπτυχιακό μάθημα του Τμήματος Επιστημών Αγωγής του Πανεπιστημίου Κύπρου « Σύγχρονη Έρευνα στη Διδακτική των Μαθηματικών» (επιμέλεια Π.Σπύρου σε μετάφραση Νικολουδάκη Μανώλη), Λευκωσία.

Verschaffel, L., Greer, B. and de Corte, E., (2000), *Making Sense of Word Problems*. Lisse: Swets& Zeitlinger.

Γαγάτσης, Α., (1994). *Διδακτική των Μαθηματικών: Θεωρία και Έρευνα*. Art of Text, Θεσσαλονίκη.

Γαγάτσης, Α., (1997). *Διδακτική των μαθηματικών και δυσλεξία*. Οφέλτης: Λευκωσία.