

ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ ΘΕΩΡΗΤΙΚΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

ΕΞΕΤΑΣΤΕΑ ΥΛΗ Γ.Ε.Υ.Δ. ΣΤΗΝ

ΑΛΓΕΒΡΑ

Άλγεβρα I

1. Δράσεις ομάδων επί συνόλων, Θεωρήματα Sylow και εφαρμογές.
2. Θεώρημα δομής πεπερασμένα παραγόμενων αβελιανών ομάδων.
3. Κανονικές σειρές, επιλύσιμες ομάδες.
4. Κεντρικές σειρές. Μηδενοδύναμες ομάδες.
5. Ελεύθερες ομάδες, ελεύθερα γινόμενα, παραστάσεις ομάδων.

Ενδεικτική βιβλιογραφία

- D. J. S. Robinson, *A course in the theory of groups*, Springer, 1996.
- J. J. Rotman, *An introduction to the theory of groups*, Springer, 1995.

Άλγεβρα II

1. Ημιαπλοί δακτύλιοι, ημιαπλά πρότυπα, Θ. Wedderburn, Θ. Maschke.
2. Απλοί δακτύλιοι του Artin, Θ. Wedderburn-Artin, ριζικό του Jacobson.
3. Θ. Skolem-Noether και εφαρμογές.
4. Αναπαραστάσεις πεπερασμένων ομάδων (χαρακτήρες, σχέσεις ορθογωνιότητας, κανονικές υποομάδες και πίνακες χαρακτήρων, το (p,q) θεώρημα του Burnside.

Ενδεικτική βιβλιογραφία

- I. M. Isaacs, *Algebra, A Graduate Course*, A.M.S., 2009.
- J. P. Serre, *Linear Representations of Finite Groups*, Springer, 1977.
- T. W. Hungerford, *Algebra*, Springer, 1974.

Θεωρία Galois

Επεκτάσεις σωμάτων, Ομάδες του Galois, Θεμελιώδες θεώρημα θεωρίας Galois για πεπερασμένες ομάδες και εφαρμογές.

Ενδεικτική βιβλιογραφία

- J. Rotman, *Galois Theory*, Springer, 2013.
- T. W. Hungerford, *Algebra*, Springer, 1974.

ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ ΘΕΩΡΗΤΙΚΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

ΕΞΕΤΑΣΤΕΑ ΥΛΗ Γ.Ε.Υ.Δ. ΣΤΗ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

Κανονισμός εξετάσεων

- Οι υποψήφιοι εξετάζονται σε μία κοινή εξέταση διάρκειας 5 ωρών.
- Τα θέματα αφορούν τις (παρακάτω) Ενότητες I, II και III, ή αποτελούν συνδυασμό αυτών.

I. Πραγματική Ανάλυση – Θεωρία Μέτρου

1. Χώροι μέτρου (Λήμμα Borel-Cantelli, μη ατομικά μέτρα, πλήρεις χώροι μέτρου, μετρήσιμες συναρτήσεις).
2. Εξωτερικά μέτρα (η έννοια του εξωτερικού μέτρου, το εξωτερικό μέτρο Lebesgue στον \mathbb{R}^n , κατασκευή μέτρου Lebesgue στον \mathbb{R}^n , σύγκριση των ολοκληρωμάτων Riemann και Lebesgue).
3. Ολοκλήρωμα (ολοκλήρωση συνάρτησης, Θεώρημα Μονότονης Σύγκλισης του Lebesgue, Θεώρημα Berrò Levi και Λήμμα Fatou, Θεώρημα Κυριαρχημένης Σύγκλισης του Lebesgue).
4. Τρόποι σύγκλισης ακολουθιών μετρήσιμων συναρτήσεων (βασικές έννοιες και προτάσεις, Θεωρήματα Egoroff και Riesz).
5. Μέτρα γινόμενο – Θεώρημα Fubini (ορισμός του μέτρου γινόμενο και ολοκλήρωση ως προς αυτό). Συνέλιξη. Εισαγωγή στον Μετασχηματισμό Fourier.
6. Οι χώροι L^p (κυρτές συναρτήσεις και ανισότητα Jensen, Ανισότητες Minkowski και Hölder, ορισμός και βασικές ιδιότητες των χώρων $L^p(\mu)$, $1 \leq p \leq \infty$, οι χώροι $L^p([\alpha, \beta])$ και προσέγγιση με συνεχείς συναρτήσεις, τα βασικά Θεωρήματα Παρεμβολής (Marcinkiewicz και Riesz–Thorin)).
7. Θεώρημα Radon–Nikodym και εφαρμογές. Απολύτως συνεχείς συναρτήσεις. Θεώρημα Παραγωγίσιμης του Lebesgue.
8. Θεώρημα Αναπαράστασης του Riesz.

Βιβλιογραφία

1. Γ. Κουμουλλής, Σ. Νεγρεπόντης, *Θεωρία Μέτρου*, 1991.
2. D. L. Cohn, *Measure Theory* (2nd edition), Birkhäuser, 2013.
3. G. B. Folland, *Real Analysis: Modern Techniques and their Applications* (2nd edition), Wiley, 1999.
4. E. M. Stein, R. Shakarchi, *Real Analysis: Measure Theory, Integration, and Hilbert Spaces*, Princeton University Press, 2005.

II. Συναρτησιακή Ανάλυση

1. Χώροι με νόρμα (βασικές ιδιότητες, γραμμικοί τελεστές, παραδείγματα χώρων με νόρμα, οι χώροι c_0 , ℓ^p , $1 \leq p \leq \infty$, Θεώρημα Hahn–Banach, εφαρμογές του θεωρήματος Hahn–Banach, Θεώρημα Ανοικτής Απεικόνισης, Θεώρημα Κλειστού Γραφήματος, Αρχή Ομοιόμορφου Φράγματος, Θεώρημα Banach–Steinhaus, χώροι πηλίκα, προβολές).
2. Τοπολογικοί διανυσματικοί χώροι (βασικές έννοιες, γραμμικοί τελεστές, το συναρτησοειδές του Minkowski, το Διαχωριστικό Θεώρημα Hahn–Banach, τοπικά κυρτοί χώροι: παραδείγματα).

3. Ασθενείς τοπολογίες σε χώρους με νόρμα.
4. Συμπάγεια και αυτοπάθεια σε χώρους Banach (Θεώρημα Alaogλου–Banach, Θεώρημα Goldstine, συζυγείς τελεστές).
5. Κυρτότητα (Θεώρημα Mazur, Θεώρημα Krein–Milman, εφαρμογές).
6. Ο δυϊκός του $C(K)$ (Θεώρημα Αναπαράστασης του Riesz).

Βιβλιογραφία

1. J. Conway, *A Course in Functional Analysis*, Springer, 1997.
2. Σ. Μερκουράκης, *Μεταπτυχιακή Ανάλυση II*,
<http://eclass.uoa.gr/modules/document/?course=MATH362>
3. Σ. Νεγρεπόντης, Θ. Ζαχαριάδης, Ν. Καλαμίδας, Β. Φαρμάκη, *Γενική Τοπολογία και Συναρτησιακή Ανάλυση*, Εκδόσεις Αίθρα, Αθήνα.
4. W. Rudin, *Functional Analysis*, McGraw-Hill, 1973.

Πρόσθετη Βιβλιογραφία

1. H. Brezis, *Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations*, Springer, 2010.
2. M. Fabian, P. Habala, P. Hajek, J. Pelant, V. Montesinos, V. Zizler, *Functional Analysis and Infinite Dimensional Geometry*, Springer, 2001.
3. M. Fabian, P. Habala, P. Hajek, V. Montesinos, V. Zizler, *Banach Space Theory: The basis for Linear and Nonlinear Analysis*, Springer, 2011.
4. P. Lax, *Functional Analysis*, Wiley, 2002.
5. E. M. Stein, R. Shakarchi, *Functional Analysis: Introduction to Further Topics in Analysis*, Princeton University Press, 2011.

III. Μιγαδική Ανάλυση

1. Δυναμοσειρές, ολόμορφες συναρτήσεις, Τοπικό Θεώρημα Cauchy, βασικές συνέπειες, ολοκληρωτικά υπόλοιπα.
2. Θεώρημα Cauchy: ομοτοπική μορφή.
3. Λήμμα Schwarz.
4. Θεώρημα Montel.
5. Θεώρημα Σύμμορφης Απεικόνισης του Riemann.
6. Θεώρημα Runge.

Βιβλιογραφία

1. L. V. Ahlfors, *Complex Analysis* (3rd edition), McGraw-Hill, 1979.
2. W. Rudin, *Real and Complex Analysis* (2nd edition), McGraw-Hill, 1974.
3. Σ. Νεγρεπόντης, *Θεωρία Μιγαδικών Συναρτήσεων Μιας Μεταβλητής*, Αθήνα, 1979.
4. E. M. Stein, R. Shakarchi, *Complex Analysis*, Princeton University Press, 2003.
5. Γ. Χατζηαφράτης, *Εισαγωγή στη Θεωρία των Μιγαδικών Συναρτήσεων*, Αθήνα, 1999.

**ΓΕΝΙΚΕΣ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΥΛΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ**

Εισαγωγή στη Θεωρία των Πολλαπλοτήτων:

Διαφορικές πολλαπλότητες και διαφορίσιμες απεικονίσεις. Ο εφαπτόμενος χώρος και η εφαπτομένη δέσμη. Υποπολλαπότητες, εμφυτεύσεις και εμβαπτίσεις. Διαμερίσεις της μονάδος.

Διανυσματικά Πεδία σε Πολλαπλότητες:

Ροές διανυσματικών πεδίων. Η αγκύλη Lie. Ολοκληρώσιμες Κατανομές και το θεώρημα Frobenious.

Ομάδες και Άλγεβρες Lie:

Ομάδες Lie και παραδείγματα ομάδων Lie. Αριστερά αναλοιώτα διανυσματικά πεδία. Η άλγεβρα Lie μιας ομάδας Lie. Μονοπαραμετρικές υποομάδες και η εκθετική απεικόνιση

Εισαγωγή στις Διανυσματικές Δέσμες:

Κατασκευή δεσμών, Καθολική διανυσματική Δέσμη.

Διαφορικές μορφές και το Θεώρημα Stokes:

Διάφορικές μορφές και εξωτερικό διαφορικό. Ολοκλήρωση σε πολλαπλότητες, το Θεώρημα του Stokes.

Πολλαπλότητες Riemann:

Μετρικές Riemann. Συνοχές σε πολλαπλότητες Riemann. Παράλληλη Μετατόπιση. Γεωδαισιακές γραμμές και κανονικές περιοχές. Καμπυλότητες. Ισομετρίες. Πεδία Jacobi και συζυγή σημεία.

Πλήρεις πολλαπλότητες Riemann:

τα Θεωρήματα Hopf-Rinow και Hadamard- Cartan.

Χώροι σταθερής καμπυλότητας: Το Θεώρημα Cartan και οι χώροι μοντέλα.

Πρώτη και δεύτερη μεταβολή του μήκους τόξου και Εφαρμογές : Τα Θεωρήματα Bonnet-Myer και Synge-Weinstein.

Ενδεικτική Βιβλιογραφία:

W.M. Boothby, An Introduction to Differentiable Manifolds and Riemannian Geometry, Academic Press, 1975.

M.P. do Carmo, Riemannian Geometry, Birkhaeuser, 1992.

M.W. Hirsch, Differential Topology, Springer 1976.

J.M. Lee, Riemannian Manifolds. An Introduction to Curvature, Springer 1997

J.M. Lee, Introduction to Smooth manifolds, Springer 2003.

B. O'Neil, Semi-Riemannian Geometry, Academic Press, 1983.

M. Spivak, A Comprehensive Introduction to Differential Geometry I-III. Publish or Perish, Boston, 1970.

F. Warner, Differentiable manifolds and Lie Groups, Springer 1980.



ΕΞΕΤΑΣΤΕΑ ΥΛΗ Γ.Ε.Υ.Δ. ΣΤΗ
ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

1. **Βασικές Θεωρίες της Διδακτικής των Μαθηματικών**
 - a. Πιαζετιανές - Νεοπιαζετιανές Θεωρίες
 - b. Βιγροτσιανές - κοινωνικοπολιτισμικές θεωρίες
 - c. Σημειωτικές και φαινομενολογικές θεωρήσεις για τη μάθηση και τη διδασκαλία
2. **Θέματα διδασκαλίας και μάθησης Άλγεβρας, Γεωμετρίας και Ανάλυσης**
 - a. Εννοιολογική κατανόηση
 - b. Μαθηματική σκέψη στα ανώτερα μαθηματικά
 - c. Η σημασία των αναπαραστάσεων
 - d. Επίλυση προβλήματος - μαθηματοποίηση
 - e. Αποδεικτική διαδικασία
 - f. Αξιοποίηση των ψηφιακών τεχνολογιών
 - g. Αξιοποίηση της ιστορίας στη διδασκαλία και τη μάθηση των Μαθηματικών
3. **Εκπαίδευση εκπαιδευτικών και επαγγελματική εξέλιξη**
 - a. Γνώση εκπαιδευτικών και διδακτικές πρακτικές
 - b. Πλαίσια συνεργασίας και επαγγελματικής εξέλιξης
4. **Μεθοδολογία έρευνας στη Διδακτική Μαθηματικών**
 - a. Μεθοδολογικά παραδείγματα (θετικιστικό - ερμηνευτικό)
 - b. Ποιοτική - Ποσοτική έρευνα
 - c. Σχεδιασμός έρευνας (θεωρητικό πλαίσιο - ερευνητικά ερωτήματα - μέθοδος - ερευνητικά εργαλεία)
 - d. Ανάλυση και επεξεργασία ερευνητικών δεδομένων

Προτεινόμενη Βιβλιογραφία

- Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 52, 215-241.
- Battista, M. (2007). The development of geometric and spatial thinking. In Lester (ed.) *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 843-908). NCTM.
- Bikner-Ahsbabs, A., Knipping, C. & Presmeg, N. (2015, Eds). *Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education Examples of Methodology and Methods*. Dordrecht, The Netherlands: Springer.
- Ball, D.L., Thames, M.H., Phelps, G.C. (2008). Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special? *Journal of Teacher Education*, 59(5) 389-407.
- Cohen, L. & Manion, L. (2000). *Μεθοδολογία Εκπαιδευτικής Έρευνας*. Αθήνα: Μεταίχμιο.
- Daniels, H. (2008). *Vygotsky and research*. Oxford: Routledge.
- Ernest, P. (1991). *The Philosophy of Mathematics Education*. The Falmer Press. London.
- Ferrara, F., Pratt, D. & Robutti, O. (2006). The role and uses of technologies for the teaching of algebra and calculus. In A. Gutierrez & P. Boero (Eds.) *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education* (pp. 237-273). Sense Publishers.
- Harel, G. & Sowder, L. (2007). Towards comprehensive perspectives on the learning and teaching of proof. In F. K. Lester (Ed.). *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 805-842). NCTM.
- Jankvist, U. T. (2009). A categorization of the “whys” and “hows” of using history in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 71, 235-261.

- Jaworski, B. (2006). Theory and practice in mathematics teaching development: Critical inquiry as a mode of learning in teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9(2), 187-211.
- Kieran, C. (2007). Learning and teaching algebra at the middle school through college levels: Building meaning for symbols and their manipulation. In F. K. Lester, Jr., (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 707-762). Greenwich, CT: Information Age Publishing.
- Laborde, C., Kynigos, C., Hollebrands, K. & Strasser, R. (2006). Teaching and learning geometry with technology. In A. Gutierrez & P. Boero (Eds.) *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education* (pp. 275-303). Sense Publishers.
- Radford, L. (2003). Gestures, speech, and the sprouting of signs: A semiotic cultural approach to students' types of generalization. *Mathematical Thinking and Learning*, 5(1), 37-70.
- Rowland, T., Turner, F. and Thwaites, A. (2014) Research into teacher knowledge: a stimulus for development in teacher education practice. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 46(2), pp. 317-328
- Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 1–36.
- Strauss, A., & Corbin, J. (1998). *Basics of qualitative research*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications, Inc.
- Tall, D. (1991, ed.) *Advanced Mathematical Thinking*. Kluwer: Holland.
- Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12, 151-169.
- Vithal, R. and Valero, P. (2003). Researching Mathematics Education in Situations of Social and Political Conflict. In A. Bishop et al (eds.) *Second International Handbook of Mathematics Education* (pp. 545-521). Dordrecht: Kluwer.

ΕΞΕΤΑΣΤΕΑ ΥΛΗ Γ.Ε.Υ.Δ.

Εφαρμοσμένη Ανάλυση & Διαφορικές Εξισώσεις

Πραγματική Ανάλυση και Εφαρμοσμένη Συναρτησιακή Ανάλυση

Εφαρμοσμένη Συναρτησιακή Ανάλυση

Μετρικοί χώροι (πληρότητα, συμπάγεια, διαχωρισιμότητα, συνενκτικότητα), Χώροι Banach ($C[a,b]$), ℓ^p , c_0 , L^p). Θεωρήματα σταθερού σημείου. Θεώρημα Arzelà-Ascoli. Φραγμένα γραμμικά συναρτησοειδή. Γραμμικοί τελεστές, αντίστροφος τελεστής, συζυγής τελεστής.

Θεωρήματα Κλειστού Γραφήματος και Banach-Steinhaus. Χώροι εσωτερικού γινομένου, καθετότητα, ορθοκανονικές βάσεις, ανισότητα Bessel. Ασθενής σύγκλιση. Φραγμένοι γραμμικοί τελεστές, Θεώρημα αναπαράστασης του Riesz, ο συζυγής τελεστής, ορθογώνιες προβολές, αυτοσυζυγείς τελεστές. Φάσμα. Συμπαγείς τελεστές. Φασματικό θεώρημα για συμπαγείς αυτοσυζυγείς τελεστές. Εφαρμογή στο πρόβλημα Sturm-Liouville. Θεώρημα Lax-Milgram.

Χώροι Sobolev. Ομαλοποιητές. Ανισότητα Poincaré. Ασθενείς λύσεις για προβλήματα συνοριακών τιμών. Θεώρημα συμπαγούς εμφύτευσης του Rellich. Φασματική ανάλυση γραμμικών διαφορικών τελεστών 2^{ns} τάξης.

Πραγματική Ανάλυση

Αριθμησιμότητα, σύνολο Cantor, λήμμα του Zorn. Μέτρο Lebesgue στην ευθεία, ολοκλήρωση Lebesgue (Θεώρημα Levi, Λήμμα Fatou, Θεωρήματα μονότονης και κυριαρχημένης σύγκλισης). Τρόποι σύγκλισης (Lusin, Egorov, κλπ), διαφόριση – ολοκλήρωση (συναρτήσεις φραγμένης κύμανσης, απόλυτη συνέχεια, Θεώρημα Lebesgue). Βασικές Ανισότητες (Hölder, Minkowski, Jensen, Young με ϵ). Θεωρήματα Αναπαράστασης Riesz (L^p και $C[a,b]$).

Βιβλιογραφία

1. Α. Κατάβολος, *Εισαγωγή στη Θεωρία Τελεστών*, Εκδόσεις Συμμετρία, 2008.
2. E. Kreyszig, *Introductory Functional Analysis with Applications*, Wiley, 1989.
3. H. Brezis, *Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations*, Springer, 2010.
4. L. C. Evans, *Partial Differential Equations*, 2nd edition, AMS, 2010.
5. N. L. Carothers, *Real Analysis*, Cambridge University Press, 2000.
6. C. W. Groetsch, *Elements of Applicable Functional Analysis*, 2nd printing, M. Dekker, 1980.

Μέθοδοι Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Διαφορικές Εξισώσεις

Μέθοδοι Διαταραχών: κανονικές διαταραχές, ιδιόμορφες διαταραχές, ανάλυση οριακού στρώματος, η προσέγγιση WKB.

Λογισμός Μεταβολών: μεταβολικά προβλήματα, αναγκαίες συνθήκες για ακρότατα, το απλούστατο πρόβλημα.

Εισαγωγή στις Ολοκληρωτικές Εξισώσεις και τις Συναρτήσεις Green: ολοκληρωτικές εξισώσεις Volterra και Fredholm, συναρτήσεις Green, στοιχειώδης εισαγωγή στη Θεωρία Κατανομών.

Γενικές ιδιότητες μη γραμμικών προβλημάτων αρχικών τιμών για Συνήθεις Διαφορικές Εξισώσεις (ύπαρξη, μοναδικότητα, επεκτασιμότητα, συνεχής εξάρτηση από αρχικά δεδομένα).

Στοιχειώδεις διακλαδώσεις για αυτόνομες βαθμωτές Σ.Δ.Ε. 1^{ης} τάξης.

Ποιοτική θεωρία στο επίπεδο: αυτόνομα συστήματα, γραμμικά συστήματα, γραμμικοποίηση, συναρτήσεις Lyapunov, συμπεριφορά συστημάτων με μηδενική ιδιοτιμή και με γνήσια φανταστικές ιδιοτιμές, περιοδικές τροχιές.

Σχεδόν Γραμμικές (quasilinear) Μερικές Διαφορικές Εξισώσεις 1^{ης} τάξης: μέθοδος των χαρακτηριστικών, γενικευμένες λύσεις, συνθήκες Rankine-Hugoniot.

Γραμμικές Μ.Δ.Ε. 2^{ης} τάξης:

Η εξίσωση του Laplace (θεμελιώδης λύση, ιδιότητες αρμονικών συναρτήσεων, συνάρτηση Green, ενεργειακές μέθοδοι).

Η εξίσωση της θερμότητας (θεμελιώδης λύση, ιδιότητες των λύσεων, ενεργειακές μέθοδοι).

Η κυματική εξίσωση (λύση με σφαιρικούς μέσους, μη ομογενή προβλήματα, ενεργειακές μέθοδοι).

Αναπαραστάσεις λύσεων (χωρισμός μεταβλητών, μετασχηματισμός Fourier).

Βιβλιογραφία

1. Γ. Ακρίβης, Ν. Αλικάκος, *Μερικές Διαφορικές Εξισώσεις*, Σύγχρονη Εκδοτική, 2012.
2. Ν. Αλικάκος, Γ. Καλογερόπουλος, *Συνήθεις Διαφορικές Εξισώσεις*, Σύγχρονη Εκδοτική, 2003.
3. L. C. Evans, *Partial Differential Equations*, 2nd edition, A.M.S., 2010.
4. J. Hale, *Ordinary Differential Equations*, Wiley, 1969.
5. J. Hale, Η. Κοçak, *Dynamics and Bifurcations*, Springer, 1991.
6. J. D. Logan, *Εφαρμοσμένα Μαθηματικά*, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, 2002.
7. Ι. Γ. Στρατής, *Εισαγωγή στην Ποιοτική Θεωρία των Συνήθων Διαφορικών Εξισώσεων*, Εκδ. ΕΚΠΑ, 1992.
8. W. A. Strauss, *Μερικές Διαφορικές Εξισώσεις: Μια Εισαγωγή*, 2^η έκδοση, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Ε.Μ.Π., Αθήνα, 2017.

ΕΞΕΤΑΣΤΕΑ ΥΛΗ Γ.Ε.Υ.Δ. ΣΤΗΝ
ΙΣΤΟΡΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
&
ΦΙΛΟΣΟΦΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

1) ΙΣΤΟΡΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

• **ΙΣΤΟΡΙΑ ΑΡΧΑΙΩΝ ΕΛΛΗΝΙΚΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ**

Τα αρχαία Ελληνικά μαθηματικά, από τις απαρχές τους από τον Θαλή μέχρι την συγγραφή των *Στοιχείων* του Ευκλείδη.

Η συμβολή των Πυθαγορείων (α) στην μελέτη της αρμονίας (αποσπάσματα Φιλόλαου), (β) στη θεωρία των αριθμών, η οποία βασίζεται όταν λεγόμενο Ευκλείδειο αλγόριθμο ή (κατά την αρχαία ορολογία) στην έννοια της πεπερασμένης ανθυφαίρεσης (η οποία εμφανίζεται στο έβδομο βιβλίο των *Στοιχείων*), (γ) στην γεωμετρία (η οποία εμφανίζεται στο δεύτερο ήμισυ του πρώτου βιβλίου και στο δεύτερο βιβλίο των *Στοιχείων*), και (δ) στην ανακάλυψη της ασυμμετρίας, με τη βοήθεια της έννοιας της άπειρης ανθυφαίρεσης (με την οποία ασχολείται το πρώτο μέρος του δέκατου βιβλίου των *Στοιχείων*).

Η συμβολή του Ιπποκράτη του Χίου (στον τετραγωνισμό των μηνίσκων) και του Θεόδωρου του Κυρηναίου (στην ανάπτυξη μιας πρώτης θεωρίας λόγω μεγθών με βάση την ανθυφαίρεση, σύμφωνα με τη μαρτυρία του Αριστοτέλη στο έργο του *Τοπικά*, και την ανακάλυψη προσθέτων ασυμμετριών, σύμφωνα με τη μαρτυρία του Πλάτωνος στον διάλογο *Θεαίτητος*).

Η συμβολή των δύο μεγάλων μαθηματικών της Αναδημίας του Πλάτωνος, του Θεαίτητου και του Ευδόξου. Τα επιτεύγματα του Θεαίτητου στη μελέτη των αλόγων γραμμών και των τετραγωνικών αρρήτων (με τις οποίες σχετίζονται το δέκατο βιβλίο των *Στοιχείων*), καθώς και η τελειοποίηση της θεωρίας των κανονικών στερεών (η οποία εμφανίζεται στο τελευταίο δέκατο τρίτο βιβλίο των *Στοιχείων*), ενώ τα κορυφαία επιτεύγματα του Ευδόξου είναι η θεωρία λόγων μεγθών (η οποία εκτίθεται στο πέμπτο βιβλίο των *Στοιχείων*, η οποία αντικατέστησε την παλαιότερη η οποία βασιζόταν στην ανθυφαίρεση και η οποία είναι ισοδύναμη με την σύγχρονη θεμελίωση των πραγματικών αριθμών με τις τομές Dedekind), και η μέθοδος της εξάντλησης (βασισμένης στην θεωρία λόγων του, αναφερόμενης στον υπολογισμό εμβαδών και όγκων, και εκτιθέμενης στο δωδέκατο βιβλίο των *Στοιχείων*). Η μέθοδος αυτή συνεχίστηκε και αναπτύχθηκε σε θαυμαστό βαθμό, ώστε να αποτελέσει ουσιαστικά τις απαρχές του σύγχρονου Ολοκληρωτικού Λογισμού, από τον Αρχιμήδη.

Πολύτιμες πληροφορίες για την αξιωματική μέθοδο (και ιδίως για τον τρόπο με τον οποίο οι Έλληνες γεωμέτρους επιχειρούσαν να αντικαθιστούν τα εμπειρικά αξιώματα με τους θεωρητικούς ορισμούς) υπάρχουν στα *Αναλυτικά Ύστερα* και στα *Τοπικά* του Αριστοτέλη.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. *Θησαυρός της Ελληνικής Γλώσσας* (Thesaurus Lingua Graeca (TLG)).
2. Ευκλείδης, *Στοιχεία*
3. Πρόκλος, *Σχόλια στο Πρώτο Βιβλίο των Στοιχείων* του Ευκλείδη.
4. D. L, van der Waerden, *Science Awakening*, translation by A. Dresder of *Ontwakende*

- Wetenschap* (1950), Noordhoff, Groningen. 1954. Το σύγγραμμα αυτό έχει μεταφρασθεί στα Ελληνικά από τις Εκδόσεις Πανεπιστημίου Κρήτης.
5. W. Burkert, *Lore and Science in Ancient Pythagoreanism*, translated by E. I. Minar of Weisheit und Wissenschaft Studien zu Pythagoras, Philolaos und Platon (1262), Harvard University Press, Cambridge, Mass., 1972.
 6. D. Fowler, *The Mathematics of Plato's Academy, a new reconstruction*, Second edition, Clarendon Press, Oxford, 1999.
 7. T. L. Heath, *The Thirteen Books of Euclid's Elements*, Second edition. Three volumes, Cambridge University Press, Cambridge, 1926.
 8. W. R. Knorr, *The Evolution of Euclidean Elements: A Study of the theory of Incommensurable Magnitudes and Its Significance for Early Greek Geometry*, Reidel Dordrecht, 1975.
 9. Σ. Νεγρεπόντη, *Η ανθυφαιρετική ερμηνεία της γεωμετρίας και της φιλοσοφίας των Πυθαγορείων στον τόμο Στιγμές και Διάρκειες*, Επιμέλεια Δ. Αναπολιτάνου, Εκδόσεις Νεφέλη: 2009.

• ΠΛΑΤΩΝ ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Η Πυθαγόρεια φιλοσοφία, η ανακατασκευή της με βάση τα αποσπάσματα του Φιλολάου, τις μαρτυρίες του Αριστοτέλη, την γεωμετρία των Πυθαγορείων, και την ανθυφαιρετική ανακατασκευή της απόδειξης ασυμμετρίας της πλευράς προς την διάμετρο τετραγώνου. Burkert. Βασικοί στόχοι είναι (α) η άρση του φαινομενικού άτοπου οι ίδιοι Πυθαγόρειοι να είναι αυτοί που ανακάλυψαν και απέδειξαν την ύπαρξη ασυμμέτρων μεγεθών και επίσης αυτοί που έθεσαν ως βασικό φιλοσοφικό δόγμα τα πάντα είναι αριθμοί, και (β) η κατανόηση των Πυθαγορείων αρχών Άπειρον και Πέρασ, και του τρόπου που η μείξη τους γεννά το Εν. Η Πλατωνική μέθοδος της Διαίρεσης και Συναγωγής αποτελεί τη βάση για τους κεντρικούς διαλόγους Συμπόσιο, Μένων, Πολιτεία, Παρμενίδης, Θεαίτητος, Σοφιστής, Πολιτικός, Φαίδρος, Φίληβος, Τιμαίος. Η ερμηνεία αυτής της μεθόδου ως το φιλοσοφικό ανάλογο της περιοδικής ανθυφαιρέσης, η οποία έχει το διαιρετικό σκέλος και το κριτήριο λόγου με το οποίο επέρχεται η περιοδικότητα, η αυτό-ομοιότητα και συναγωγή, και η επιστήμη των Πλατωνικών Ιδεών. Τα παραδείγματα του Ασπαλιευτή και του Σοφιστή στον διάλογο Σοφιστής. Η κορύφωση της μεθόδου στον Πολιτικό, όπου αναπτύσσεται η αναλογία με την παλινδρομικά περιοδική ανθυφαιρέση των δυνάμει μόνον συμμετρων μεγεθών (δηλ, των τετραγωνικών αρρήτων) και συνδέεται με τις γεωμετρικές μεθόδους του Βιβλίου 10 των Στοιχείων. Η Πλατωνική έννοια της θεώρησης των Όντων και Ιδεών ως μείξη των αρχών Άπειρον και Πέρασ στον Φίληβο.

Η άρση των φαινομενικών παραδόξων και αντιφατικών ισχυρισμών στον ιδιαίτερα δύσκολο και προβληματικό διάλογο Παρμενίδης, και η ερμηνεία των χρονικά προηγούμενων διαλόγων Μένων, Συμπόσιο, Πολιτεία με βάση την ανθυφαιρετική ερμηνεία της Διαίρεσης και Συναγωγής.

Οριοθέτηση της Ελεατικής σχολής ως προς την Πυθαγόρεια, με βάση τον χωρισμό σε νοητά και αισθητά όντα, στον οποίο για πρώτη φορά προχώρησε ο Παρμενίδης. Η ερμηνεία των παραδόξων του Ζήνωνος, κίνησης και πολλαπλότητας με βάση την ανθυφαιρετική ερμηνεία της Πυθαγορείας ανθυφαιρέσης και της πλατωνικής φιλοσοφίας, ιδιαίτερα του διαλόγου Παρμενίδης.

Η σημασία των νέο-πλατωνικών και νέο-πυθαγορείων, όπως οι Θέων ο Συμμενέας, Αλβίνος, Πλωτίνος, Ιάμβλιχος., Πορφύριος ιδίως δε ο Πρόκλος, στην ερμηνεία της Πλατωνικής σκέψης.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. *Θησαυρός της Ελληνικής Γλώσσας* (Thesaurus Lingua Graeca (TLG)).
2. *Perseus Digital Library, Internet*

3. Allen, R. E., 1997. *Plato's Parmenides*, revised edition. New Haven: Yale University Press.
4. Annas, J. 1981. *An Introduction to Plato's Republic*, Clarendon Press, Oxford.
5. Burnyeat, M. F. 1978. *The Philosophical Sense in Theaetetus' Mathematics*, *Isis* 69 (1978), 489-513.
6. Burnyeat, M. F. 1990. *The Theaetetus of Plato; with a translation of Plato's Theaetetus by M.J. Levett, revised by M. Burnyeat*, Hackett Publishing Company, Indianapolis, 1990.
7. Cherniss, H. 1951. *Plato as Mathematician*, *The Review of Metaphysics* 4 (1951) 395-425.
8. Cornford, F. M. 1935. *Plato's Theory of Knowledge, the Theaetetus and Sophistes of Plato*, Routledge & Kegan Paul, London,
9. Cornford, F. M., 1939, *Plato and Parmenides*, London: Routledge and Kegan Paul.
10. Hare R. M., 1965. *Plato and the Mathematicians*, in R. Bambrough (ed.), *New*
11. *Essays on Plato and Aristotle*, London, Routledge and Kegan Paul, pp. 21-38.
12. Kraut, R. (ed.), 1992, *The Cambridge Companion to Plato*, Cambridge: Cambridge University Press.
13. Meinwald, C. C., 1991. *Plato's Parmenides*, New York: Oxford University Press.
14. Owen, G. E. L., 1953. *The Place of the Timaeus in Plato's Dialogues*, *Classical Quarterly* 3, 79-95.
15. Rickless, S. C., 2007. *Plato's Forms in Transition: A Reading of the Parmenides*, Cambridge: Cambridge University Press.
16. Rickless, S. C., 2015, *Plato's Parmenides*, *Stanford Encyclopedia of Philosophy*, Internet.
17. R. Robinson, 1953. *Plato's Earlier Dialectic*, 2nd ed., Clarendon Press, Oxford.
18. W. D. Ross, 1951. *Plato's Theory of Ideas*, Oxford: Clarendon Press,
19. Ryle, G., 1939. *Plato's Parmenides*, *Mind*, 48: 129-151 and 302-325.
20. Scaltsas, T., 1992. *A Necessary Falsehood in the Third Man Argument*, *Phronesis*, 37: 216-232.
21. Ι.Συκουτσή, 1934. *Πλάτωνος, Συμπόσιον, κείμενον, μετάφρασις και ερμηνεία*, Ακαδημία Αθηνών, Ελληνική Βιβλιοθήκη, Αθήναι 1934.
22. C.W.W. Taylor, 1967. *Plato and the Mathematicians, An Examination of Professor Hare's views*, *Philosophical Quarterly* 17 (1967), 193-203.
23. Vlastos, G., 1954, *The Third Man Argument in the Parmenides*, *Philosophical Review*, 64: 319-349.
24. Vlastos, G., 1969, *Plato's "Third Man" Argument (Parm., 132a1-b2): Text and Logic*, *Philosophical Quarterly*, 19: 289-301.
25. Γρ. Βλαστός, 1994, *Πλατωνικές Μελέτες*, Μορφωτικό Ίδρυμα Εθνικής Τρόπεζας.
26. S. Negrepointis, 2000. *The anthyphairetic nature of Plato's diatectics*, *Interdisciplinary approach to Mathematics and its teaching*, *Topics in Mathematics Education*, vol. V, Gutenberg, Athens, pp, 15-77 (in Greek).
27. S. Negrepointis, 2005. *The Anthyphairetic Nature of the Platonic Principles of Infinite and Finite*, *Proceedings of the 4th Mediterranean Conference on Mathematics Education*, 28-30 January 2005, Palermo, Italy, pp. 3-27.
28. S. Negrepointis. *Plato's Theory of Knowledge in the Sophistes*, *Proceedings of the Colloquium on "La Demonstration de l' Anliquite a l'age classique*, June 3-6, 2008, Paris.
29. S. Negrepointis, 2012. *Plato's theory of knowledge of Forms by Division and Collection in the Sophistes is a philosophic analogue of periodic anthyphairesis (and modern continued fractions*, arXiv:1207.2950, 2012
30. S. Negrepointis, 2014. *The Anthyphairetic Revolutions of the Platonic Ideas*, arXiv:1405.4186, 2014. Presented in the *Conference on Revolutions and Continuity in*

Ancient Greek Mathematics, held on 10-11 May 2014, at Birkbeck University of London. To appear.

31. Negreontis, S. 2016. *The periodic anthyphairetic nature of the One of the Second Hypothesis in Plato's Parmenides*, manuscript, in Proceedings of Conference Mathematiques et musique:des Grecs à Euler, 10-11 September, 2015, Strasbourg, to appear
32. Negreontis, S.2016. *Plato on Geometry and the geometers*, manuscript, 2016.

2) ΦΙΛΟΣΟΦΙΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Η Φιλοσοφία των Μαθηματικών μέχρι και τον Kant. Σύντομη εισαγωγή στην θεμελίωση θεωριών με έμφαση στη θεωρία συνόλων. Παράδοξα (Συνολο-Θεωρητικά και ερμηνευτικά) και τρόποι αντιμετώπισής τους. Η Φιλοσοφία των Μαθηματικών στον 20ο αιώνα (Λογικισμός, Φορμαλισμός, Ιντουισιονισμός). Η σημασία του Απείρου στα Μαθηματικά. Επίσης: Μια ανάλυση της φρεγκεανής φιλοσοφίας για την έννοια του αριθμού. Σύγχρονος Στρουκτουραλισμός. Κατασκευασιοκρατία στη σύγχρονη Φιλοσοφία των Μαθηματικών.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Δ. Αναπολιτάνος. Εισαγωγή στη Φιλοσοφία των Μαθηματικών, Εκδ. Νεφέλη, 1985.
2. P. Benacerraf και H. Putnam (Επ), *Philosophy of Mathematics*, Εκδ. Cambridge University Press, 1983.
3. Σ. Νεγρεπόντη. Η παράλογη αποδεικτική δύναμη των Μαθηματικών και η παράλογη αποτελεσματικότητα τους στις Φυσικές Επιστήμες, Πρακτικά 25ου Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας, Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία, Βόλος 2003, σελ. 25-50.
4. Σ. Νεγρεπόντη και Β. Φαρμάκη, Η αρχή της συμβατής περάτωσης του απείρου και η παράδοξη δύναμη της.
5. M. Friend (2007) *Introducing Philosophy of Mathematics*, Acumen, τα κεφάλαια 4 και 5 (αντίστ. Στρουκτουραλισμός και Κατασκευασιοκρατία).
6. Δ. Χριστοπούλου και Σ. Ψύλλος, «Η έννοια του αριθμού και ο αριθμός της έννοιας: μια ανάλυση των Grundlagen του G. Frege», *Νόησις*, (2008), 3, 79-114.
7. Δ. Χριστοπούλου «Οι αφαιρετικές αρχές του Frege ως διέξοδος από το δίλημμα του Benacerraf», στο *Στιγμές και Διάρκειες* (επιμ. Αναπολιτάνος), 2009.
8. Christopoulou, D. “Weyl on Fregean implicit definitions: between phenomenology and symbolic construction”, *Journal for the General Philosophy of Science*, (2014), 45 (1), 35-47.
9. Christopoulou, D. “How Hermann Weyl could deal with Benacerraf's challenge to realism”, *Philosophy Study*, (2013), 3(8), 529-537.

ΕΞΕΤΑΣΤΕΑ ΥΛΗ Γ.Ε.Υ.Δ. ΣΤΗΝ ΠΕΡΙΟΧΗ

ΛΟΓΙΚΗ ΚΑΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ

1. [Λογική] Προτασιακή λογική. Κατηγορηματική λογική. Τα θεωρήματα πληρότητας και συμπάγειας. Το θεώρημα μη-πληρότητας και αριθμητικοποίηση της σύνταξης.

Προτεινόμενο βιβλίο: Η. Β. Enderton, « *Μία Μαθηματική Εισαγωγή στη Λογική* », Παν. Εκδόσεις Κρήτης.

2. [Υπολογισιμότητα] Μοντέλα υπολογισμού. Διαγνωσιμότητα. Αναγωγές, Το θεώρημα του Rice. Το θεώρημα της αναδρομής. Διαγνωσιμότητα λογικών θεωριών. Αλγοριθμικές αναγωγές.

Προτεινόμενο βιβλίο: Τα κεφάλαια 3, 4, 5, 6 του βιβλίου: M. Sipser, « *Εισαγωγή στη Θεωρία Υπολογισμού* », Παν. Εκδόσεις Κρήτης.

3. [Πολυπλοκότητα] Κλάσεις χρονικής και χωρικής πολυπλοκότητας. NP-πληρότητα. PSPACE-πληρότητα. Πολυωνυμικές αναγωγές. Το θεώρημα των Cook-Levin. Το θεώρημα του Savich.

Προτεινόμενα βιβλίο: Τα κεφάλαια 7,8 του βιβλίου: M. Sipser, « *Εισαγωγή στη Θεωρία Υπολογισμού* », Παν. Εκδόσεις Κρήτης.

4. [Αλγόριθμοι] Αριθμητικοί Αλγόριθμοι. Η τεχνική «διαίρει και βασίλευε». Δυναμικός προγραμματισμός. Άπληστοι αλγόριθμοι. Αλγόριθμοι σε γραφήματα. Γραμμικός προγραμματισμός.

Προτεινόμενο βιβλίο: Τα κεφάλαια 1-7 του βιβλίου: S. Dasgupta, C. Papadimitriou, U. Vazirani, « *Αλγόριθμοι* », Εκδόσεις Κλειδάριθμος.

ΕΞΕΤΑΣΤΕΑ ΥΛΗ Γ.Ε.Υ.Δ.

Υπολογιστικά Μαθηματικά

Αριθμητική επίλυση μη γραμμικών συστημάτων εξισώσεων (Παραγωγή στον \mathbb{R}^n , τοπικά θεωρήματα σύγκλισης, θεωρήματα συστολής, μέθοδος Νεύτωνα).

Αριθμητική επίλυση γραμμικών συστημάτων εξισώσεων (Σφάλματα στρογγύλευσης, απαλοιφή Gauss, παραγοντοποίηση LU, ανάλυση Cholesky, ανάλυση ευαισθησίας γραμμικών συστημάτων, δείκτης κατάστασης, μέθοδος συζυγών κλίσεων).

Ελάχιστα Τετράγωνα (Μέθοδος κανονικών εξισώσεων, παραγοντοποίηση QR).

Παρεμβολή και προσέγγιση (Πολυωνυμική παρεμβολή, παρεμβολή με splines).

Αριθμητική ολοκλήρωση (Μέθοδοι Newton-Cotes, Μέθοδοι Gauss).

Αριθμητική επίλυση συνήθων διαφορικών εξισώσεων (Προβλήματα αρχικών τιμών, μέθοδοι Runge-Kutta, πολυβηματικές μέθοδοι, άκαμπτα προβλήματα, απόλυτη ευστάθεια).

Μέθοδοι Galerkin-πεπερασμένων στοιχείων για προβλήματα συνοριακών τιμών δύο σημείων για ΣΔΕ δεύτερης τάξης και για προβλήματα συνοριακών τιμών για ελλειπτικές ΜΔΕ στο επίπεδο.

Βιβλιογραφία

- Β. Δουγαλής, *Αριθμητική Ανάλυση: Σημειώσεις μεταπτυχιακού μαθήματος* (Κεφ. 1-4).
- Γ. Ακριβης, Β. Δουγαλής, *Εισαγωγή στην Αριθμητική Ανάλυση*, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, 1997 (Παράγραφοι 5.3, 5.4, 6.1, 6.5).
- Γ. Ακριβης, Β. Δουγαλής, *Αριθμητικές μέθοδοι για Συνήθεις Διαφορικές Εξισώσεις*, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, 2^η έκδοση, 2013. (Κεφάλαια 1-4, 6, 7).
- Μ. Μητρούλη, *Αριθμητική Γραμμική Άλγεβρα* (Σημειώσεις Παραδόσεων), Αθήνα 2001 (Κεφάλαια 1, 3, 5, 6, 7).
- V. Dougalis, *Finite Element Methods for the Numerical Solution of Partial Differential Equations* (Notes, Revised 2013).
- W. Gautschi, *Numerical Analysis*, 2nd edition, Birkhäuser, 2012.

Εξεταστέα ύλη στις Γενικές Εξετάσεις Υποψηφίων Διδασκόντων
Περιοχή: Στατιστική

Πιθανότητες: Υπολογισμός πιθανοτήτων με βάση τον κλασικό ορισμό και τα αξιώματα. Ανεξαρτησία ενδεχομένων, δεσμευμένες πιθανότητες ενδεχομένων. Ειδικές μονοδιάστατες διακριτές και συνεχείς κατανομές. Πολυδιάστατες κατανομές, περιθώριες και δεσμευμένες κατανομές, δεσμευμένη μέση τιμή, συνδιακύμανση και συσχέτιση. Τρόποι σύγκλισης τυχαίων μεταβλητών. Ροπογεννήτρια και Πιθανογεννήτρια για μονοδιάστατες και πολυδιάστατες κατανομές. Ανισότητες Markov και Chebyshev, ισχυρός και ασθενής νόμος των μεγάλων αριθμών, κλασικό κεντρικό οριακό θεώρημα και εφαρμογές.

Στοχαστικές Ανελιξίες: Μακροβιανές Αλυσίδες διακριτού και συνεχούς χρόνου με διακριτό χώρο καταστάσεων: Πιθανότητες μετάβασης n -οστής τάξης. Ανάλυση πρώτου βήματος, υπολογισμός πιθανοτήτων και μέσων χρόνων απορρόφησης. Επικοινωνία καταστάσεων, περιοδικότητα καταστάσεων, θετική και μηδενική επαναληπτικότητα, παροδικότητα καταστάσεων. Οριακή συμπεριφορά. Διαδικασία Poisson: Βασικοί υπολογισμοί.

Μαθηματική Στατιστική: Μονομεταβλητή και πολυμεταβλητή εκθετική οικογένεια κατανομών. Επάρκεια, ελάχιστη επάρκεια, πληρότητα. Αμερόληπτες εκτιμήτριες ελάχιστης διασποράς. Ανισότητα Cramer-Rao και εφαρμογές. Αποτελεσματικές εκτιμήτριες. Θεωρήματα Rao-Blackwell και Lehmann-Scheffe. Συνεπείς εκτιμήτριες. Θεώρημα Συνεχούς Απεικόνισης. Μέθοδος Δέλτα. Εκτιμήτριες μέγιστης πιθανοφάνειας και ασυμπτωτική κανονικότητα αυτών. Εκτιμήτριες ροπών. Διαστήματα εμπιστοσύνης. Κατασκευή διαστημάτων εμπιστοσύνης με χρήση της αντιστρεπτής ποσότητας. Κατασκευή ασυμπτωτικών διαστημάτων εμπιστοσύνης με χρήση του Κεντρικού Οριακού Θεωρήματος και της ασυμπτωτικής κανονικότητας των εκτιμητριών μέγιστης πιθανοφάνειας. Έλεγχοι υποθέσεων, πιθανότητες σφαλμάτων τύπου I και II, ισχύς. Ομοιόμορφα ισχυρότατοι έλεγχοι, Λήμμα Neyman-Pearson. Έλεγχοι για την εκθετική οικογένεια κατανομών. Κριτήριο γενικευμένου λόγου πιθανοφάνειών.

Στατιστικά Μοντέλα και Συμπερασματολογία: Απλή και πολλαπλή γραμμική παλινδρόμηση, μέθοδοι ελαχίστων τετραγώνων και μέγιστης πιθανοφάνειας. Παλινδρόμηση και ανάλυση διασποράς, έλεγχοι υποθέσεων, διαστήματα εμπιστοσύνης και έλεγχοι γραμμικών περιορισμών για τους συντελεστές του γραμμικού μοντέλου. Ετεροσκεδαστικότητα, σταθμισμένος και γενικευμένος εκτιμητής ελαχίστων τετραγώνων. Ανάλυση διασποράς με έναν και με δύο παράγοντες, ταυτόχρονα διαστήματα εμπιστοσύνης. Γενικευμένα γραμμικά μοντέλα, εκτίμηση μέγιστης πιθανοφάνειας με τον αλγόριθμο Newton-Raphson. Λογιστική παλινδρόμηση, συμπερασματολογία και εφαρμογές, λογαριθμογραμμικά μοντέλα Poisson, συμπερασματολογία και εφαρμογές.

Η παραπάνω ύλη αντιστοιχεί, σε γενικές γραμμές, στα προπτυχιακά μαθήματα Πιθανότητες I, Στοχαστικές Ανελιξίες, Μαθηματική Στατιστική, Γραμμικά Μοντέλα και στα μεταπτυχιακά μαθήματα Στοχαστικές Ανελιξίες, Μαθηματική Στατιστική, Γραμμικά και Μη Γραμμικά Μοντέλα,.

Ενδεικτικές πηγές:

Πιθανότητες:

1. Χαραλαμπίδης, Χ. (2009). *Θεωρία Πιθανοτήτων και Εφαρμογές*. Συμμετρία.
2. Ross, S. (2011). *Βασικές Αρχές Θεωρίας Πιθανοτήτων*. Εκδόσεις Κλειδάριθμος.
3. Hoel, Port, Stone (2005). *Εισαγωγή στη Θεωρία Πιθανοτήτων*. Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης.
4. Κούτρα, Μ. (2012) *Εισαγωγή στη Θεωρία Πιθανοτήτων και Εφαρμογές*. Εκδόσεις Σταμούλη.
5. Μπερτσικά Δ. και Τσιτσικλή Γ. (2011). *Εισαγωγή στις Πιθανότητες με Στοιχεία Στατιστικής*. Εκδόσεις Τζιόλα.
6. Παπαδάτος, Ν. *Θεωρία Πιθανοτήτων*. Σημειώσεις.
7. Jacod, J. and Protter, P. (2004) *Probability Essentials*. Springer.

Στοχαστικές Διαδικασίες:

1. Ross, S. *Stochastic Processes, 2nd Edition*. Wiley.
2. Karlin, S. and H. Taylor, *A First Course in Stochastic Processes, 2nd Edition*. Academic Press.
3. Φακίνος, Δ. (2011) *Εισαγωγή στις Πιθανότητες και στις Στοχαστικές Ανεξίξεις*. Συμμετρία.
4. Χρυσάφινου, Ο. (2012), *Εισαγωγή στις Στοχαστικές Ανεξίξεις*. Σοφία.
5. Grimmett, G. and D.R. *Stirzaker. Probability and Random Processes, 3rd Edition*, Oxford University Press.

Μαθηματική Στατιστική:

1. Δαμιανού, Χ., Κούτρας, Μ. *Εισαγωγή στη Στατιστική, μέρος Ι*.
2. Hogg, R.V., Graig, A.T. (2012). *Introduction to Mathematical Statistics, 7th edition*. Pearson.
3. Freud, J.E. (2013). *Mathematical Statistics, 8th edition*. Pearson.
4. Casella, G. and Berger, R.L. (2001). *Statistical Inference, 2nd edition*. Duxbury Press.
5. Lehmann, E.L. (1999). *Elements of Large-Sample Theory*. Springer.
6. Lehmann, E.L., Casella, G. (2003). *Theory of Point Estimation, 2nd edition*. Springer.
7. Lehmann, E.L., Romano, J.P. (2008). *Testing Statistical Hypotheses, 3rd edition*. Springer.

Στατιστικά Μοντέλα και Συμπερασματολογία :

1. Δαμιανού, Χ., Κούτρας, Μ. *Εισαγωγή στη Στατιστική, μέρος ΙΙ*.
2. Μωυσιάδης, Χ., Μπόρα-Σέντα, Ε. *Εφαρμοσμένη Ανάλυση Παλινδρόμησης*.
3. Draper, N.P. and H. Smith (1998). *Applied Regression Analysis, 3rd edition*. Wiley.
4. Rao, C.R. (2002). *Linear Statistical Inference and its Applications, 2nd edition*. Wiley.
5. Ryan, T.P. (2008). *Modern Regression Methods*, Wiley.
6. Montgomery, D.C. (2006). *Design and Analysis of Experiments*. Wiley.
7. McCullach, P. and J. A. Nelder. (1989). *Generalized Linear Models, 2nd edition*. Chapman and Hall.
8. Agresti, A. (2002). *Categorical Data Analysis, 2nd edition*. Wiley.
9. Γραμμικά Μοντέλα, Σημειώσεις, Μελιγκοτσίδου Λουκία.

Εξεταστέα ύλη στις Γενικές Εξετάσεις Υποψηφίων Διδασκόντων
Περιοχή: Επιχειρησιακή Έρευνα

Πιθανότητες: Υπολογισμός πιθανοτήτων με βάση τον κλασικό ορισμό και τα αξιώματα. Ανεξαρτησία ενδεχομένων, δεσμευμένες πιθανότητες ενδεχομένων. Ειδικές μονοδιάστατες διακριτές και συνεχείς κατανομές. Πολυδιάστατες κατανομές, περιθώριες και δεσμευμένες κατανομές, δεσμευμένη μέση τιμή, συνδιακύμανση και συσχέτιση. Τρόποι σύγκλισης τυχαίων μεταβλητών. Ροπογεννήτρια και Πιθανογεννήτρια για μονοδιάστατες και πολυδιάστατες κατανομές. Ανισότητα Markov-Chebyshev, ισχυρός και ασθενής νόμος των μεγάλων αριθμών, κλασικό κεντρικό οριακό θεώρημα και εφαρμογές.

Στοχαστικές Διαδικασίες: Μαρκοβιανές Αλυσίδες διακριτού και συνεχούς χρόνου με διακριτό χώρο καταστάσεων. Διαδικασία Poisson. Ανανεωτικές και αναγεννητικές διαδικασίες. Υπολογισμοί σχετιζόμενοι με δομές κόστους σε Μαρκοβιανές και ανανεωτικές διαδικασίες.

Γραμμικός Προγραμματισμός: Γενικές έννοιες. Γεωμετρική θεώρηση του προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού. Μέθοδος Simplex. Δυϊκή θεωρία.

Μη Γραμμικός Προγραμματισμός: Απαραίτητες έννοιες κυρτότητας (κυρτές συναρτήσεις και σύνολα). Βελτιστοποίηση χωρίς περιορισμούς (αναγκαίες συνθήκες). Βελτιστοποίηση με περιορισμούς (θεωρία πολλαπλασιαστών Lagrange, συνθήκες Karush-Kuhn-Tucker).

Δυναμικός Προγραμματισμός: Ντετερμινιστικός Δυναμικός Προγραμματισμός (εξίσωση βελτιστοποίησης για προβλήματα πεπερασμένου ορίζοντα και εφαρμογές). Στοχαστικός Δυναμικός Προγραμματισμός (προβλήματα πεπερασμένου ορίζοντα και εφαρμογές).

Θεωρία Παιγνίων: Παιχνίδια σε εκτεταμένη και κανονική μορφή (στρατηγικές και σημεία στρατηγικής ισορροπίας, θεώρημα Nash). Πινακοπαιχνίδια (θεώρημα Minimax, λύση μέσω γραμμικού προγραμματισμού). Διπινακοπαιχνίδια (λύση με διαδοχική απαλοιφή κυριαρχημένων στρατηγιών).

Θεωρία Ουρών Αναμονής: Βασικές έννοιες και αποτελέσματα (χαρακτηρισμός ευστάθειας της GI/GI/c ουράς, νόμος του Little, ιδιότητα PASTA). Ανάλυσης μέσης τιμής. Μαρκοβιανές ουρές.

Η παραπάνω ύλη αντιστοιχεί, σε γενικές γραμμές, στα προπτυχιακά μαθήματα Πιθανότητες I, Στοχαστικές Ανελίζεις, Επιχειρησιακή Έρευνα: Μαθηματικός Προγραμματισμός, Επιχειρησιακή Έρευνα: Στοχαστικά Μοντέλα, Θεωρία Παιγνίων, Ουρές Αναμονής και στα μεταπτυχιακά μαθήματα Ντετερμινιστικά Μοντέλα στην Επιχειρησιακή Έρευνα και Στοχαστικά Μοντέλα στην Επιχειρησιακή Έρευνα.

Ενδεικτικές πηγές:

Πιθανότητες:

- Μάθημα: Πιθανότητες I (προπτυχιακό)
- Βιβλιογραφία:
 1. Χαράλαμπίδη, Χ. (2009) *Θεωρία Πιθανοτήτων και Εφαρμογές*. Εκδόσεις Συμμετρία.
 2. Ross, S. (2011) *Βασικές Αρχές Θεωρίας Πιθανοτήτων*. Εκδόσεις Κλειδάριθμος.
 3. Hoel, Port, Stone (2005) *Εισαγωγή στη Θεωρία Πιθανοτήτων*. Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης.
 4. Κούτρια, Μ. (2012) *Εισαγωγή στη Θεωρία Πιθανοτήτων και Εφαρμογές*. Εκδόσεις Σταμούλη.
 5. Μπερτσικά Δ. και Τσιτσιλή Γ. (2011) *Εισαγωγή στις Πιθανότητες με Στοιχεία Στατιστικής*. Εκδόσεις Τζιόλα.

Στοχαστικές Διαδικασίες:

- Μαθήματα: Στοχαστικές Ανελίξεις, Επιχειρησιακή Έρευνα: Στοχαστικά Μοντέλα (προπτυχιακό) και Στοχαστικά Μοντέλα στην Επιχειρησιακή Έρευνα (μεταπτυχιακό)
- Βιβλιογραφία:
 1. Kulkarni, V. (2010) *Modeling and Analysis of Stochastic Systems, 2nd Edition*. Chapman and Hall.
 2. Ross, S. *Stochastic Processes, 2nd Edition*. Wiley.
 3. Karlin, S. and H. Taylor, *A First Course in Stochastic Processes, 2nd Edition*. Academic Press.
 4. Φακίνου, Δ. (2022) *Εισαγωγή στις Πιθανότητες και στις Στοχαστικές Διαδικασίες*. Εκδόσης Παπαζήση.
 5. Φακίνου, Δ. *Στοχαστικά Μοντέλα στην Επιχειρησιακή Έρευνα: Θεωρία και Ασκήσεις*. Συμμετρία.
 6. Οικονόμου, Α. και Μπουρνέτα *Στοχαστικά Μοντέλα στην Επιχειρησιακή Έρευνα*. Εκδόσεις Κάλλιπος.
 7. Tijms, H. *A First Course in Stochastic Models*. Wiley
 8. Wolff, R.W. *Stochastic Modeling and the Theory of Queues*. Prentice Hall.

Γραμμικός Προγραμματισμός:

- Μαθήματα: Επιχειρησιακή Έρευνα: Μαθηματικός Προγραμματισμός, (προπτυχιακό) και Ντετερμινιστικά Μοντέλα στην Επιχειρησιακή Έρευνα (μεταπτυχιακό)
- Βιβλιογραφία:
 1. Φακίνου, Δ. και Οικονόμου, Α. *Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα*. Εκδόσεις Παπαζήση.
 2. Μηλολιδάκη, Κ. *Σημειώσεις Γραμμικού και Μη Γραμμικού Προγραμματισμού*.
 3. Bertsimas, D. and J. Tsitsiklis, *Introduction to Linear Optimization*. Athena Scientific.
 4. Hillier and Lieberman *Introduction to Operations Research, 10th Edition*. McGraw Hill.

Μη Γραμμικός Προγραμματισμός:

- Μαθήματα: Επιχειρησιακή Έρευνα: Μαθηματικός Προγραμματισμός, (προπτυχιακό) και Ντετερμινιστικά Μοντέλα στην Επιχειρησιακή Έρευνα (μεταπτυχιακό)
- Βιβλιογραφία:

1. Φακίνου, Δ. και Οικονόμου, Α. *Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα*. Εκδόσεις Παπαζήση.
2. Μηλολιδάκη, Κ. *Σημειώσεις Γραμμικού και Μη Γραμμικού Προγραμματισμού*.
3. Bazaraa M., Sherali and Shetty, *Nonlinear Programming: Theory and Algorithms*.
4. Beck, A. *Introduction to nonlinear optimization*. SIAM.
5. Boyd, S.P. and Vandenberghe, L. *Convex Optimization*. Cambridge University Press.
6. Hillier and Liebermann *Introduction to Operations Research, 10th Edition*. McGraw Hill.

Δυναμικός Προγραμματισμός:

- Μαθήματα: Επιχειρησιακή Έρευνα: Μαθηματικός Προγραμματισμός (προπτυχιακό) και Στοχαστικά Μοντέλα στην Επιχειρησιακή Έρευνα (μεταπτυχιακό)
- Βιβλιογραφία:
 1. Μηλολιδάκη, Κ. *Σημειώσεις Δυναμικού Προγραμματισμού*.
 2. Ross, S. *Introduction to Stochastic Dynamic Programming*. Academic Press.
 3. Φακίνου, Δ. και Οικονόμου, Α. *Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα*. Εκδόσεις Παπαζήση.

Θεωρία Παιγνίων:

- Μαθήματα: Θεωρία Παιγνίων (προπτυχιακό)
- Βιβλιογραφία:
 1. Μηλολιδάκη, Κ. *Θεωρία Παιγνίων*. Εκδόσεις Σοφία.
 2. Fudenberg, D. and Tirole, J. *Game Theory*. The MIT Press.

Θεωρία Ουρών Αναμονής:

- Μαθήματα: Ουρές Αναμονής (προπτυχιακό) και Στοχαστικά Μοντέλα στην Επιχειρησιακή Έρευνα (μεταπτυχιακό)
- Βιβλιογραφία:
 1. Φακίνου Δ. *Ουρές Αναμονής*. Συμμετρία.
 2. Adan, I. and Resing, J. *Queueing Theory. Notes available on the Web*.
 3. Tijms, H. *A First Course in Stochastic Models*. Wiley
 4. Wolff, R.W. *Stochastic Modeling and the Theory of Queues*. Prentice Hall.
 5. Kleinrock, L. *Queueing Theory, Volume 1*.

Εξεταστέα ύλη στις Γενικές Εξετάσεις Υποψηφίων Διδασκόντων Περιοχή: Πιθανότητες

Πιθανότητες: Στοιχειώδεις πιθανότητες (θεώρημα Bayes, ειδικές μονοδιάστατες διακριτές και συνεχείς κατανομές. Πολυδιάστατες κατανομές. Κατανομή συνάρτησης τυχαίας μεταβλητής. Δεσμευμένη μέση τιμή. Ροπογεννήτρια και Πιθανογεννήτρια για μονοδιάστατες και πολυδιάστατες κατανομές). Χώροι μέτρου, ολοκλήρωμα Lebesgue και βασικά οριακά θεωρήματα για αυτό (μονότονης σύγκλισης, κυριαρχημένης σύγκλισης, Λήμμα Fatou, ομοιόμορφη ολοκληρωσιμότητα). Ανισότητες Markov, Chebychev, Chernoff, μεγιστική ανισότητα του Kolmogorov. Ανεξαρτησία, Λήμματα Borel-Canteli, νόμοι 0-1 του Kolmogorov και των Hewitt-Savage. Τρόποι σύγκλισης ακολουθιών τυχαίων μεταβλητών. Βασικά θεωρήματα σύγκλισης ακολουθιών τυχαίων μεταβλητών (θεώρημα τριών σειρών, ισχυρός και ασθενής νόμος μεγάλων αριθμών, θεώρημα Skorokhod, θεώρημα Slutsky). Χαρακτηριστική συνάρτηση (μονοσήμαντο, θεώρημα συνέχειας). Κεντρικό Οριακό Θεώρημα Lindeberg (τριγωνικοί πίνακες).

Στοχαστικές Διαδικασίες: Μαρκοβιανές Αλυσίδες διακριτού και συνεχούς χρόνου με διακριτό χώρο καταστάσεων: Πιθανότητες μετάβασης n -οστής τάξης. Ανάλυση πρώτου βήματος, υπολογισμός πιθανοτήτων και μέσων χρόνων απορρόφησης Επικοινωνία καταστάσεων. Περιοδικότητα καταστάσεων. Θετική και μηδενική επαναληπτικότητα, παροδικότητα καταστάσεων. Οριακή συμπεριφορά. Διαδικασία Poisson: Βασικοί υπολογισμοί, υπέρθεση και διάσπαση διαδικασιών Poisson, δεσμευμένη κατανομή χρόνων γεγονότων δεδομένου του πλήθους τους σε διάστημα, μη-ομογενής και σύνθετη διαδικασία Poisson. Ανελιξεις γεννήσεως-θανάτου. Γκαουσιανές ανελιξεις και ιδιαίτερα, βασικές ιδιότητες της κίνησης Brown (ανέλιξη Wiener).

Στατιστική. Εκθετική οικογένεια κατανομών. Επάρκεια και πληρότητα. Αμερόληπτες εκτιμήτριες ελάχιστης διασποράς, ανισότητα Cramer-Rao και εφαρμογές. Αποτελεσματικές και συνεπείς Εκτιμήτριες. Εκτιμήτριες Μέγιστης Πιθανοφάνειας και Ροπών. Έλεγχοι υποθέσεων, κριτήριο γενικευμένου λόγου πιθανοφανειών. Έλεγχοι για την εκθετική οικογένεια κατανομών. Θεώρημα Συνεχούς Απεικόνισης, Θεώρημα Slutsky και Μέθοδος Δέλτα. Εύρεση Διαστημάτων Εμπιστοσύνης (ακριβή και ασυμπτωτικά), ασυμπτωτικοί Έλεγχοι Υποθέσεων.

Η παραπάνω ύλη αντιστοιχεί, σε γενικές γραμμές, στα προπτυχιακά μαθήματα Πιθανότητες I, Πιθανότητες II, Στοχαστικές Ανελιξεις, Μαθηματική Στατιστική, και στα μεταπτυχιακά μαθήματα Θεωρία Πιθανοτήτων και Στοχαστικές Ανελιξεις.

Ενδεικτικές πηγές:

Πιθανότητες:

- Μαθήματα: Πιθανότητες I, II (προπτυχιακά), Θεωρία Πιθανοτήτων (μεταπτυχιακό)
- Βιβλιογραφία:
 1. Χαραλαμπίδη, Χ. (2009) *Θεωρία Πιθανοτήτων και Εφαρμογές*. Εκδόσεις Συμμετρία.
 2. Ross, S. (2011) *Βασικές Αρχές Θεωρίας Πιθανοτήτων*. Εκδόσεις Κλειδάριθμος.
 3. Hoel, Port, Stone (2005) *Εισαγωγή στη Θεωρία Πιθανοτήτων*. Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης.
 4. Κούτρα, Μ. (2012) *Εισαγωγή στη Θεωρία Πιθανοτήτων και Εφαρμογές*. Εκδόσεις Σταμούλη.
 5. Μπερτσικά Δ. και Τσιτσικλή Γ. (2011) *Εισαγωγή στις Πιθανότητες με Στοιχεία Στατιστικής*. Εκδόσεις Τζιόλα.

6. Χελιώτη, Δ. (2017): Ένα Δεύτερο Μάθημα στις Πιθανότητες. Ελληνικά Ακαδημαϊκά Συγγράμματα – Αποθετήριο Κάλλιπος.
7. Παπαδάτου, Ν. *Θεωρία Πιθανοτήτων. Σημειώσεις.*
8. Jacod, J. and Protter, P. (2004) *Probability Essentials.* Springer.
9. Williams, D. *Probability with martingales.*
10. R. Durrett, *Probability. Theory and examples.*
11. P. Billingsley, *Probability and measure.*
12. K. L. Chung, *A Course in Probability Theory.*
13. L. Breiman, *Probability.*

Στοχαστικές Διαδικασίες:

- Μαθήματα: Στοχαστικές Ανελιξεις (προπτυχιακό), Στοχαστικές Ανελιξεις (μεταπτυχιακό)
- Βιβλιογραφία:
 1. Kulkarni, V. (2010) *Modeling and Analysis of Stochastic Systems, 2nd Edition.* Chapman and Hall.
 2. Ross, S. *Stochastic Processes, 2nd Edition.* Wiley.
 3. Karlin, S. and H. Taylor, *A First Course in Stochastic Processes, 2nd Edition.* Academic Press.
 4. Φακίνου, Δ. (2011) *Εισαγωγή στις Πιθανότητες και στις Στοχαστικές Ανελιξεις.* Συμμετρία.
 5. Tijms, H. *A First Course in Stochastic Models.* Wiley
 6. Ο. Χρυσάφινου, *Εισαγωγή στις Στοχαστικές Ανελιξεις*
 7. *Edition.* Academic Press.
 8. Grimmett, G. and D.R. *Stirzaker. Probability and Random Processes, 3rd Edition,* Oxford University Press.

Στατιστική:

- Μαθήματα: Μαθηματική Στατιστική (προπτυχιακό)
- Ενδεικτική Βιβλιογραφία:
 1. Δαμιανού, Χ., Κούτρας, Μ. *Εισαγωγή στη Στατιστική, μέρος Ι.*
 2. Hogg, R.V., Graig, A.T. (2012). *Introduction to Mathematical Statistics, 7th edition.* Pearson.
 3. Freud, J.E. (2013). *Mathematical Statistics, 8th edition.* Pearson.
 4. Casella, G. and Berger, R.L. (2001). *Statistical Inference, 2nd edition.* Duxbury Press.
 5. Δαμιανού, Χ., Κούτρας, Μ. *Εισαγωγή στη Στατιστική, μέρος ΙΙ.*
 6. Μωυσιάδης, Χ., Μπόρα-Σέντα, Ε. *Εφαρμοσμένη Ανάλυση Παλινδρόμησης.*
 7. Draper, N.P. and H. Smith (1998). *Applied Regression Analysis, 3rd edition.* Wiley.
 8. Rao, C.R. (2002). *Linear Statistical Inference and its Applications, 2nd edition.* Wiley.
 9. Ryan, T.P. (2008). *Modern Regression Methods,* Wiley.